

## Darstellung von Flächen zweiter Ordnung mithilfe von POV-Ray

Flächen zweiter Ordnung sind Punktmenge eines dreidimensionalen Raumes, deren Koordinaten eine quadratische Gleichung der Form

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + Dxy + Exz + Fyz + Gx + Hy + Iz + J = 0$$

erfüllen. In POV-Ray lautet die Syntax für eine Fläche zweiter Ordnung:

```
quadric { <A,B,C> <D,E,F> <G,H,I> J }
```

Neben einigen Spezialfällen existieren 3 Arten von Flächen zweiter Ordnung: Ellipsoide, Hyperboloide und Paraboloid. In geeignet gewählten Koordinatensystemen lassen sich diese Flächen durch folgende Gleichungen beschreiben:

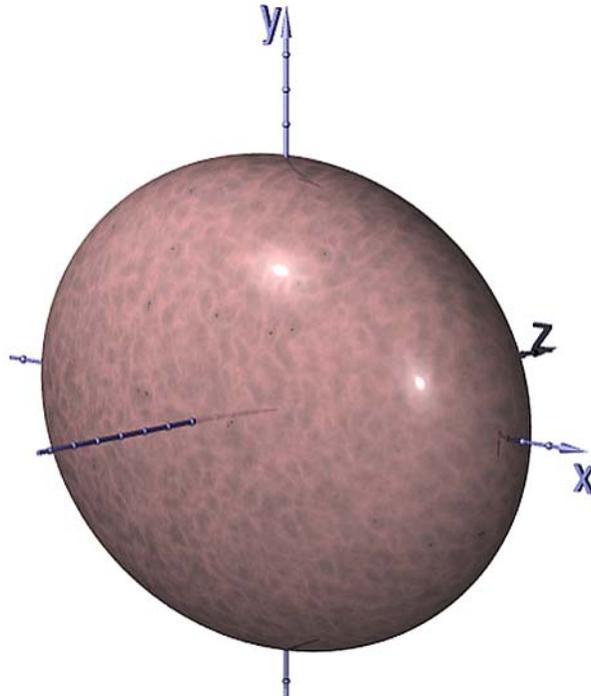
### Ellipsoid

Mittelpunktsgleichung:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Spezialfall: Kugel ( $a = b = c$ ).

Beispiel: Ellipsoid mit der Gleichung  $2x^2 + 3y^2 + 10z^2 = 150$



Die Dateien mit denen die Abbildungen in dieser Kurzanleitung erzeugt wurden, können Sie (gepackt in der Datei `Quadriken.zip`) unter [www.afiller.de/3dcg](http://www.afiller.de/3dcg) (Rubrik Downloads) herunterladen und variieren.

## Hyperboloide

Es existieren zwei Arten von Hyperboloiden: *einschalige* und *zweischalige Hyperboloide*.

Einschaliges Hyperboloid:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

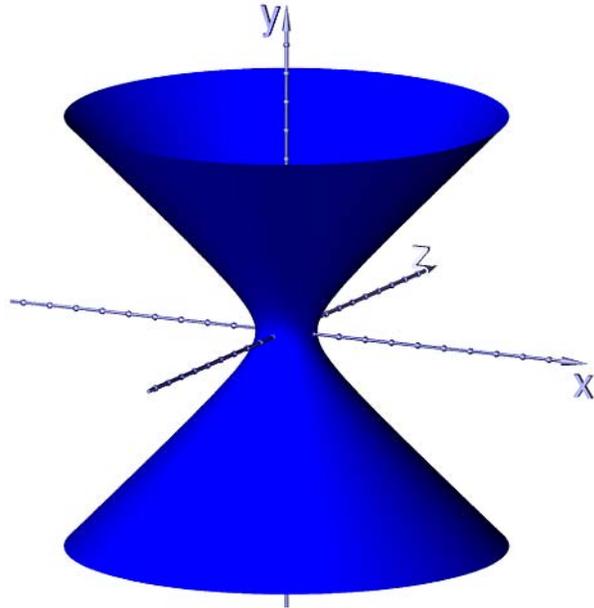
Zweischaliges Hyperboloid:

$$-\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Spezialfall: Rotationshyperboloid  
( $a = b$ ).

Beispiel:

Einschaliges Rotationshyperboloid  
mit der Gleichung  $x^2 + y^2 - z^2 = \frac{1}{2}$



## Paraboloide

Es existieren zwei Arten von Paraboloiden: *elliptische* und *hyperbolische* Paraboloiden (Sattelflächen).

Elliptisches Paraboloid:

$$\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 2z \quad (\text{mit } p > 0, q > 0)$$

Spezialfall: Rotationsparaboloid ( $p = q$ ).

Hyperbolisches Paraboloid (Sattelfläche):

$$\frac{x^2}{p} - \frac{y^2}{q} = 2z \quad (\text{mit } p > 0, q > 0)$$

Beispiel:

Elliptisches Paraboloid mit der Gleichung  $x^2 + 0, 2z^2 = y$

