

Übungsblatt 1

Analysis I WS 2012/2013

(Ohne Abgabe)

Aufgabe 1

Mit \wedge , \vee und \neg werden die Aussagenverknüpfungen *und*, *oder* und *Verneinung* bezeichnet. Die *Wahrheitstafel* einer Aussage ist eine Tabelle, welche die Abhängigkeit des Wahrheitsgehaltes der Aussage von dem ihrer Teilaussagen angibt.

Seien A , B und C beliebige Aussagen. Zeigen Sie die Äquivalenz von folgenden Aussagen, indem Sie nachweisen, dass ihre Wahrheitstabellen übereinstimmen:

(i) $\neg(\neg A)$ ist äquivalent zu A , (ii) $\neg(A \vee B)$ ist äquivalent zu $(\neg A) \wedge (\neg B)$ und (iii) $A \wedge (B \vee C)$ ist äquivalent zu $(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$.

Aufgabe 2

Die *Implikation* $A \Rightarrow B$ ist definiert als die Aussage $(\neg A) \vee B$. Zeigen Sie, dass für alle Aussagen A , B , C gilt:

(i) $A \wedge (A \Rightarrow B) \Rightarrow B$, (ii) (Regel vom indirekten Beweis) $A \Rightarrow B$ ist äquivalent zu $(\neg B) \Rightarrow (\neg A)$.
(iii) (Regel des Kettenschlusses) $(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow C)$.

Aufgabe 3

Die *Vereinigung* $M \cup N$ von zwei Mengen M und N besteht aus den Elementen, die in mindestens einer der beiden Mengen M , N liegen. Der *Durchschnitt* $M \cap N$ besteht aus den Elementen, die sowohl in M als auch in N liegen.

(i) Bestimmen Sie $M \cup N$, $N \cap L$ und $(M \cap N) \cup L$ für $M = \{0, 1, 3\}$, $N = \{4, 3, 6, 1\}$ und $L = \{8, \frac{1}{2}\}$.

(ii) Bestimmen Sie $\bigcap_{k=1}^{\infty} M_k$ für $M_k = \{0, \frac{1}{k}, \frac{1}{k+1}, \frac{1}{k+2}, \dots\}$.

Aufgabe 4

Das *Komplement* $M \setminus N$ besteht aus denjenigen Elementen von M , die nicht in N liegen. Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen für alle Mengen M , N , L wahr sind: (i) $M \setminus (M \setminus N) = M \cap N$, (ii) $M \setminus (N \cup L) = (M \setminus N) \cap (M \setminus L)$ und (iii) $(M \setminus N) \cup (N \setminus M) = M \cup N$.