Prof. Klaus Mohnke
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 306

Übungsblatt 2

Analysis I WS 2012/2013

(Abgabe: 30.10.2012)

Aufgabe 1

Zeigen Sie mithilfe vollständiger Induktion:

(i) $\prod_{k=2}^{n} \frac{k^2}{k^2-1} = \frac{2n}{n+1}$ für jedes $n \geq 2$.
(ii) $(n+1)^n < n^{n+1}$ für jedes $n \geq 3$.

Aufgabe 2

Beweisen Sie mithilfe der vollständigen Induktion, dass für jedes $n \geq 1$ und alle reellen Zahlen a, b die Formel

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$$

gilt.

Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass die Anzahl derjenigen Teilmengen einer Menge mit $n > 0$ Elementen, die eine gerade Anzahl von Elementen haben, übereinstimmt mit der Anzahl derjenigen Teilmengen, die eine ungerade Anzahl von Elementen enthalten und dass beide Zahlen gleich 2^{n-1} sind.

Aufgabe 4

Es seien $n \geq 3$ paarweise verschiedene Punkte in der Ebene gegeben. Es seien m Strecken eingezeichnet, die jeweils in einem dieser Punkte beginnen und enden. Zeigen Sie: Ist $m \leq n-2$, dann existieren unter den gegebenen Punkten zwei, welche nicht durch einen aus den eingezeichneten Strecken gebildeten Streckenzug verbunden werden können.

Bitte wenden...

Folgende Beispielaufgaben können in den Übungen vom 22.10-26.10 besprochen werden:

- Beweisen Sie mithilfe vollstänfiger Induktion, dass für jedes $n \geq 1$ gilt: $\sum\limits_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$.
- Zeigen Sie mithilfe vollständiger Induktion, dass für jedes $n > 4$ die Ungleichungen $n^2 < 2^n < n!$ gelten.
- Zeigen Sie, dass es für $n \geq 0$ genau 2^n verschiedene Teilmengen einer Menge mit n Elementen gibt. Zeigen Sie, dass es genau $n!$ verschiedene bijektive Abbildungen einer n-elementigen Menge in sich gibt.