Prof. Dr. Uwe Küchler
Institut für Mathematik

Kontrollfragen zu den Vorlesungen

Stochastik I

19.1. Es sei $(X_1, X_2, \ldots, X_n, \ldots)$ ein Bernoullischema $BS_\infty(p)$. Zeigen Sie, dass durch $Y_n = 2X_n - 1, n \geq 1$ und $S_n := \sum\limits_{k=1}^{n} Y_k, n \geq 1$, eine Irrfahrt mit dem Parameter p definiert ist.

19.2. Die reellwertige Zufallsgröße X sei auf $(\Omega, \mathfrak{A}, P)$ definiert. Es sei $E|X| = 0$. Zeigen Sie, dass dann $P(|X| = 0) = 1$ gilt.

19.3. Es gelte $X \geq 0, P$-f.s. und $EX < \infty$. Man überlege sich, dass durch

$$Q(A) = \frac{E(\mathbb{1}_A X)}{EX}, \quad A \in \mathfrak{A}$$

eine Wahrscheinlichkeitsverteilung Q auf $\mathfrak{A}$ definiert ist. (Hinweis: Verwende Aussage 7.11. des Skriptes)

20.1. Man prüfe, ob die Dirichletsche Funktion, definiert durch

$$d(x) = \begin{cases} 1, & \text{für } x \text{ rational} \\ 0, & \text{für } x \text{ irrational} \end{cases}, \qquad x \in [0,1]$$

R-bzw. L-integrierbar ist und berechne gegebenenfalls das Integral.

20.2. Berechnen Sie EX und $Var(X)$ der Zufallsgröße X, falls diese auf $[a, b]$ gleichmäßig verteilt ist.

20.3. Besitzt die Cauchy-Verteilung (Verteilung auf R_1 mit der Dichte

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \quad \frac{1}{1 + (x - \mu)^2})$$

einen Erwartungswert?