



Übungsaufgaben zur Vorlesung Algebra 1

Serie 4. Abgabetermin: 13.5.05

Aufgabe 1 (4 Punkte):

- (a) Man zeige, dass Abelsche Gruppen auflösbar sind.
- (b) Man zeige, dass Untergruppen auflösbarer Gruppen auflösbar sind.

Aufgabe 2 (4 Punkte):

Seien $p \neq q$ zwei Primzahlen. Zeige, jede Gruppe der Ordnung p^2q besitzt eine Sylowuntergruppe, die Normalteiler von G ist.

Aufgabe 3 (4 Punkte):

Zeige, dass in einer exakten Sequenz

$$1 \rightarrow G' \rightarrow G \rightarrow G'' \rightarrow 1$$

die Gruppe G genau dann auflösbar ist, wenn sowohl G' als auch G'' auflösbar sind.

Aufgabe 4 (4 Punkte):

Man bestimme in der Diedergruppe \mathbb{D}_{12} eine Kompositionsreihe.

Aufgabe 5 (4* Punkte):

- (a) Zeige, dass alle endlichen p -Gruppen ein nicht-triviales Zentrum besitzen.
- (b) Man zeige, dass alle endlichen p -Gruppen auflösbar sind.