Prof. Klaus Mohnke
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 306

Übungsblatt 2

Lineare Algebra und analytische Geometrie I - Winter 2003/2004

Abgabe 10.11.2003

Aufgabe 1
Sei $f : X \to Y$ eine Abbildung zwischen den Mengen X und Y. Seien $A \subset X$ und $B \subset Y$ Teilmengen. In der Vorlesung haben wir gezeigt, dass dann $f^{-1}(f(A)) \supset A$ und $f(f^{-1}(B) \subset B$ gilt. Zeigen Sie die folgenden zwei Gleichungen:

$$f^{-1}(f(f^{-1}(B))) = f^{-1}(B)$$
$$f((f^{-1}(f(A))) = f(A)$$

1 P

Aufgabe 2
Zeigen Sie, dass die folgenden zwei Aussagen für Teilmengen $G \subset X \times Y$ des Produktes der Mengen X und Y äquivalent sind:

a) $G \subset X \times Y$ ist der Graph einer Funktion $f : X \to Y$.

b) Die Einschränkung auf G der Projektion auf den ersten Faktor, $pr_1|_G : G \to X$, ist bijektiv.

Hinweis: Die Einschränkung einer Abbildung $f : M \to N$ auf eine Teilmenge $M' \subset M$ ist eine Abbildung $f|_{M'} : M' \to N$, die durch $(f|_{M'})(x) = f(x)$ für alle $x \in M'$ definiert wird.

1 P

Aufgabe 3
Sei X irgend eine Menge. Konstruieren Sie eine bijektive Abbildung f zwischen den folgenden Mengen:

a) $Abb(X, \{0; 1\})$ und $\mathcal{P}(X)$

b) $Abb(\{0; 1\}, X)$ und $X \times X$.

Hinweis: $\mathcal{P}(X)$ ist die *Menge der Teilmengen* von X.

1 P

Aufgabe 4
Sei $X = \{x_1; x_2; ...; x_n\}$ eine endliche Menge, die aus n Elementen besteht: $|X| = n$. Zeigen Sie, dass $\mathcal{P}(X)$ aus

$$|\mathcal{P}(X)| = 2^n$$

Elementen besteht.

1 P

Insgesamt: **4 P**