Prof. Klaus Mohnke
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 306

Übungsblatt 9

Lineare Algebra und analytische Geometrie I - Winter 2003/2004

Abgabe 19.01.2004

Aufgabe 1
Berechnen Sie die Signatur der Permutationen:

a)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n-1 & n \\ n & n-1 & \dots & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

b)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n & n+1 & n+2 & \dots & 2n \\ 1 & 3 & 5 & \dots & 2n-1 & 2n & 2n-2 & \dots & 2 \end{pmatrix}$$

1 P

Aufgabe 2
Berechnen Sie die Determinante der folgenden Matrix:

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 1 \\ 2 & 6 & 10 & 4 \\ 2 & 5 & 11 & 7 \\ 1 & 3 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

1 P

Aufgabe 3
Zeigen Sie, daß für jede $\sigma \in S_n$ gilt

$$A_\sigma = \sum_{k=1}^{n} \frac{\sigma(k)}{k^2} \geqslant \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}$$

1 P

Bitte wenden...

Aufgabe 4
Sei $\pi \in S_n$ eine Permutation. Wir assoziieren zu π die Permutationsmatrix $P_\pi = (\delta_{i,\pi(j)})_{1 \leqslant i,j \leqslant n} \in M(n;\mathbb{R})$. Zur Erinnerung: $\delta_{ij} = 1$, falls $i = j$ ist und 0 sonst.

a) Beweisen Sie, daß die Zuordnung $\pi \longrightarrow P_\pi$ ein Gruppenhomomorphismus von S_n in $Gl(n,\mathbb{R})$ ist.

b) Begründen Sie, warum die Determinante $\det P_\pi = \operatorname{sign}(\pi)$, d.h. die Signatur von π ist.

1 P

Insgesamt: **4 P**

Am 24. Januar findet eine Probeklausur im Schrödinger-Zentrum, Hörsaal 0'115 statt. Die Teilnahme ist freiwillig. Die erreichten Punkte werden zum Punktekonto der Hausaufgaben addiert!!