Prof. Klaus Mohnke
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 306

Übungsblatt 15

Lineare Algebra und Analytische Geometrie I WS 2009/10

Zur Vorbereitung auf die Nachklausur. Siehe z.B. Fischer "Lineare Algebra", 17. Auflage, Kapitel 2.4 und 2.6., S. 137ff. und 154ff. bzw. Vorlesung vom 10.2.

Aufgabe 1 Sei $B = ((1,0),(0,1))$ die Standardbasis des $\mathbb{C}^2$. Zeigen Sie, dass $B' = ((1,1),(i,1))$ auch eine Basis von $\mathbb{C}^2$ ist. Bestimmen Sie, die Matrizen, $T_B^{B'}$, und $T_{B'}^{B}$, die die Koordinaten bzgl. B in diejenigen bzgl. B', bzw. umgekehrt, umrechnen.

Aufgabe 2 Sei die lineare Abbildung $f : \mathbb{C}^2 \to \mathbb{C}^2$ bezüglich der Standardbasis durch die Matrix

$$\begin{pmatrix} 2i & 3 \\ 2 & 1-i \end{pmatrix}$$

gegeben. Bestimmen Sie die Abbildungmatrix von f bezglich der Basis $B = ((i, 2+i), (i-1, 1-i))$ des Urbildbereiches und der Basis $B' = ((1,1),(i,1))$ des Bildbereiches.

Aufgabe 3. Der Unterraum $W \subset \mathbb{R}^5$ sei durch die Vektoren

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 0 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

aufgespannt. Bestimmen Sie eine Basis von W. Entscheiden Sie, ob die Vektoren

$$\begin{pmatrix} 4 \\ -7 \\ -1 \\ 1 \\ 11 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

in W liegen. Ist dies der Fall, geben Sie die Koordinaten bzgl. der von Ihnen gefundenen Basis an.