Prof. Klaus Mohnke
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 306

Übungsblatt 1

Lineare Algebra und Analytische Geometrie I WS 2010/11

Abgabe: 1.11.2010, Besprechung: 1.11.-4.11., Test: 8.11.-11.11.

Aufgabe 1
(1) Seien die folgenden Aussagen gegeben:
(a) Für zwei natürliche Zahlen a, b gelte $a \cdot b = 0$. Dann ist $a = 0$ oder $b = 0$.
(b) Für drei rationale Zahlen r, s, t gelte $r^2 + s^2 + t^2 = 0$. Dann ist $r = 0$ und $s = 0$ und $t = 0$.
Fomulieren Sie die äquivalenten Kontrapositionen. Formulieren Sie die Negationen (auch wenn diese falsch sind!).

(2) Negieren Sie das Parallelen-Axiom: Für jede Gerade g und jeden Punkt $P \notin g$ gibt es genau eine Gerade h mit $P \in h$ und $g \cap h = \emptyset$: $\forall g \in G\ \forall P \notin g\ \exists! h \in G$: $(P \in h) \wedge (g \cap h = \emptyset)$. Dabei bezeichne G die Menge der Geraden.

Aufgabe 2
Seien A, B, C Aussagen. Erstellen Sie die Wahrheitstafel für folgende logische Verknüpfung:

$$(A \Rightarrow B) \Rightarrow (C \Rightarrow \neg A).$$

Vereinfachen Sie den Ausdruck.

Aufgabe 3
Für alle $k \in \mathbb{N}$ sei $a_k \in \mathbb{N}$ gegeben.
(1) Definieren Sie die Summe, $\sum_{k=0}^{n} a_k$. Dabei ist $n \in \mathbb{N}$ eine beliebige natürliche Zahl.
(2) Beweisen Sie

$$6 \sum_{k=0}^{n} k^2 = n(n+1)(2n+1).$$

Aufgabe 4
(1) Beweisen Sie die Aussage (a) aus Aufgabe 1 (1).
(2) Beweisen Sie das Assoziativgestz der Multiplikation der natürlichen Zahlen.
Benutzen Sie für beide Teilaufgaben nur die Peano-Axiome und die bisher in der Vorlesung daraus abgeleiteten Rechengesetze für die natürlichen Zahlen