

# Übungsblatt 2

## Lineare Algebra und Analytische Geometrie I WS 2010/11

Abgabe: 8.11.2010, Besprechung: 8.11.-11.11., Test: 15.11.-18.11.

---

### Aufgabe 1

(i) Beschreiben Sie die folgenden Mengen sowohl implizit als auch explizit:

- a)  $M_1$  sei die Menge der Nullstellen des quadratischen Polynoms  $x^2 + px + q$  für gegebene reelle Zahlen  $p$  und  $q$ ,
- b)  $M_2$  sei die Menge der ganzen Zahlen, die durch 2 oder durch 3 teilbar sind.
- c)  $M_3$  sei die Menge der ungeraden Zahlen.

(ii) Entscheiden Sie, welche Mengen ineinander enthalten sind:

- a)  $N_1 := \{x^2 \mid x \in \mathbb{N}\}$ ,
- b)  $N_2 := \{6; 8; 10; 12\}$ ,
- c)  $N_3$  sei die Menge aller möglichen Summen zweier ungerader Primzahlen,
- d)  $N_4$  sei die Menge der geraden natürlichen Zahlen,
- e)  $N_5 := \mathbb{N}$ .

### Aufgabe 2

Bestimmen Sie

$$\bigcup_{k=1}^{\infty} \{n \in \mathbb{N} \mid k \text{ teilt } n\}$$

und

$$\bigcap_{k=1}^{\infty} \{n \in \mathbb{N} \mid k \text{ teilt } n\}$$

Wieviele Elemente enthält ein beliebiger *endlicher* Durchschnitt der angegebenen Mengen?

**Aufgabe 3**

Zeigen Sie die folgende Aussage: Eine natürliche Zahl  $n$  ist genau dann gerade, wenn ihr Quadrat,  $n^2$ , gerade ist.

**Aufgabe 4**

Beweisen Sie die folgenden zwei Rechengesetze für die Mengenoperationen:

(a) Verschmelzung:  $A \cup (B \cap A) = A$

(b) Distributivität:  $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$ .

Benutzen Sie für (a) eine Wahrheitstabelle oder Ihnen bereits bekannte Gesetze der Aussagenlogik, für (b) ein Venn-Diagramm.