Prof. Klaus Mohnke
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 306

Übungsblatt 6

Lineare Algebra und Analytische Geometrie I WS 2010/11

Abgabe: 6.12.2010, Besprechung: 6.12.-9.12., Test: 13.12.-16.12.

Aufgabe 1. Sei $(\mathcal{B}, +, \bullet)$ eine Boolesche Algebra, $a, b \in \mathcal{B}$ beliebig gewählt.

a) Beweisen Sie die Äquivalenz: $(\forall c \in \mathcal{B} : a + c = b + c) \Leftrightarrow (\forall c \in \mathcal{B} : a \bullet c = b \bullet c)$

b) Zeigen Sie folgende weitere Verschmelzungsgesetze aus den Axiomen und den in der Vorlesung angegebenen Rechenregeln:

$$(a \bullet b) + (a \bullet b^{-1}) = a$$
$$(a + b^{-1}) \bullet b = a \bullet b.$$

Geben Sie für jeden Umformungsschritt an, welche Rechenregel Sie angewendet haben.

Aufgabe 2. Sei $(\mathcal{B}, +, \bullet)$ eine Boolesche Algebra. Sei für $a, b \in \mathcal{B}$ deren NAND-Verknüpfung definiert durch:

$$a * b := (a \bullet b)^{-1}.$$

a) Überprüfen Sie, ob diese Verknüpfung assoziativ ist.

b) Schreiben Sie jede Boolesche Operation und das Inverse eines Elements nur mithilfe von NAND-Verknüpfungen. Wie kann man sogar die neutralen Elemente dadurch erhalten?

Aufgabe 3. Sei die Boolesche Funktion f gegeben durch

$$f(x_1, x_2, x_3) = ((x_1 \vee \bar{x}_2) \wedge x_1) \vee ((x_1 \vee \bar{x}_2) \wedge \bar{x}_3).$$

Bestimmen Sie die disjunktive und konjunktive Normalform von f.

Aufgabe 4
Geben Sie eine Boolesche Funktion $f = f(x, y)$, in zwei Veränderlichen an, für die

$$f(x, f(y, x)) = 1$$

gilt.