

Übungsblatt 9

Lineare Algebra und Analytische Geometrie I WS 2010/11

Abgabe: 10.1.2011, Besprechung: 10.1.-13.1., Test: 17.1.-20.1.

Aufgabe 1.

- a) Beweisen Sie, dass $(\mathbb{R}^2, +, \star)$ mit

$$(x_1, x_2) + (y_1, y_2) := (x_1 + y_1, x_2 + y_2)$$

$$(x_1, x_2) \star (y_1, y_2) := (x_1 y_1, x_1 y_2 + x_2 y_1)$$

einen Ring definiert.

- b) Bestimmen Sie alle seine Einheiten.
c) Bestimmen Sie alle seine Nullteiler.

Aufgabe 2. (a) Zeigen Sie die Behauptung aus der Vorlesung, dass der ISBN-10-Code Vertauschungen erkennt.

(b) Der EAN-Code (European Article Number) für Warenartikel besteht aus 13 Ziffern aus

$\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$, d.h. ist ein Element $c \in (\mathbb{Z}/10\mathbb{Z})^{13}$,

$c = (c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6, c_7, c_8, c_9, c_{10}, c_{11}, c_{12}, c_{13})$. Die letzte Ziffer fungiert wieder als Kontrollsymbol, dieses Mal durch die Festlegung

$$c_{13} := -(c_1 + c_3 + c_5 + c_7 + c_9 + c_{11}) - 3(c_2 + c_4 + c_6 + c_8 + c_{10} + c_{12}) \pmod{10}.$$

(Bemerkung: Der ISBN-13-Code hat genau die gleichen Eigenschaften).

- a) Zeigen Sie, dass in diesem Code Fehler an einer einzigen Stelle erkannt werden.
b) Finden Sie ein Beispiel für zwei verschiedene 13-Tupel, die korrekt bzgl. des EAN-Codes sind und durch Vertauschung zweier benachbarter Positionen auseinander hervorgehen.
c) Erläutern Sie, wann benachbarte Vertauschungen durch die Prüfwert erkannt werden und wann nicht.

Aufgabe 3. Bestimmen Sie mit Hilfe des erweiterten Euklidischen Algorithmus ganze Zahlen p und q so, dass

$$\text{ggT}(344, 160) = p \cdot 344 + q \cdot 160.$$

Aufgabe 4. (a) Schreiben Sie ein kleines Programm, das die Division mit Rest ausführt!

(b) Schreiben Sie ein Programm, das den erweiterten Euklidischen Algorithmus ausführt!