Prof. Klaus Mohnke
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 306

Übungsblatt 11

Lineare Algebra und Analytische Geometrie I WS 2010/11

Abgabe: 24.1.2011, Besprechung: 24.1.-27.1., Test: 31.1.-3.2.

Aufgabe 1. Bestimmen Sie für jede komplexe Zahl $z = x + iy \in \mathbb{C}$ mit $x, y \in \mathbb{R}$ eine komplexe Zahl $w = u + iv$ mit $u, v \in \mathbb{R}$, so dass $w^2 = z$ ist. u und v sollen dabei durch x und y ausgedrückt werden.

Aufgabe 2. [Polynomdivison mit Rest] Gegeben seien die Polynome mit rationalen Koeffizienten

$$f(x) = x^5 + 2x^3 + x^2 + 7x + 9$$
$$g(x) = 2x^2 + 3x + 1.$$

Bestimmen Sie Polynome $d, r \in \mathbb{Q}[x]$, mit $\deg(r) < 2$, für die

$$f = gd + r.$$

Aufgabe 3. Sei $\mathbb{K}$ ein Körper. Zeigen Sie für beliebige Polynome $f, g \in \mathbb{K}[x]$:

$$\deg(f + g) \leq \max(\deg(f), \deg(g))$$
$$\deg(fg) = \deg(f) + \deg(g)$$

Aufgabe 4. Betrachten Sie die Abbildungen

$$\tau_v : \mathbb{C} \to \mathbb{C}, z \mapsto z + v \qquad \text{(Translation um } v \in \mathbb{C})$$
$$\rho_{z_0,\varphi} : \mathbb{C} \to \mathbb{C}, z \mapsto e^{i\varphi}(z - z_0) + z_0 \qquad \text{(Rotation mit Zentrum } z_0 \in \mathbb{C} \text{ und Winkel } \varphi \in \mathbb{R})$$

(a) Zeigen Sie, dass die Verknüpfungen von beliebigen Translationen und Rotationen wiederum eine Translation oder Rotation ist.
(b) Geben Sie den/die Parameter v bzw. z_0, φ der Verknüpfung explizit an.
(c) Begründen Sie, dass die gemeinsame Menge der Translationen und Rotationen mit der Verknüpfung von Abbildungen eine Gruppe bilden.