Prof. Klaus Mohnke
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 306

Übungsblatt 12

Lineare Algebra und Analytische Geometrie I WS 2010/11

Abgabe: 31.1.2011, Besprechung: 31.1.-3.2., Test: 7.2.-10.2.

Aufgabe 1.
(a) Sei $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$ ein Polynom mit ganzzahligen Koeffizienten, a_i, und sei λ eine ganzzahlige Nullstelle. Zeigen Sie: λ teilt a_0: $\lambda \mid a_0$.
(b) Berechnen Sie alle Nullstellen des Polynoms $x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 8x + 8$.
Hinweis: Die Aussage aus (a) kann hier hilfreich sein.

Aufgabe 2. Bestimmen Sie ein reelles kubisches Polynom, dessen Graph die Punkte $(2, 53)$, $(-10, -291)$ und $(-3, 52)$ enthält. Ist dieses Polynom eindeutig?

Aufgabe 3. Sei λ eine gegebene relle Zahl. Bestimmen Sie in Abhängigkeit vom Parameter λ die Lösungsmenge in $\mathbb{R}^3$ des folgenden linearen Gleichungssystems:

$$\begin{array}{ccccccc} x_1 & + & x_2 & - & x_3 & = & 2 \\ x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & = & 3 \\ x_1 & + & x_2 & - & (\lambda^2 - 5)x_3 & = & \lambda \end{array}$$

Aufgabe 4. Seien A, B, C und D Einbahnstrassen, wobei die Fahrtrichtung auf dem jeweiligen Teilstück durch einen Pfeil gekennzeichnet ist. Das Verkehrsaufkommen (Autos pro Stunde) ist ebenfalls an den einzelnen Teilstrecken angegeben (siehe Bild).

(a) Ist es möglich das Verkehrsaufkommen auf den mit einem Fragezeichen versehenen Streckenabschnitten zu ermitteln? (Begründen Sie Ihre Antwort!)

(b) Wenn nicht, bestimmen Sie das jeweils höchst- und niedrigstmögliche Verkehrsaufkommen für jeden der vier Streckenabschnitte.