HUMBOLDT-UNIVERSITÄT ZU BERLIN

Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät Institut für Mathematik PD Dr. C. Puhle



Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Mathematik, Unter den Linden 6, 10099 Berlin

Berlin, den 28.06.2023

Serie 10

Diskussion: in Übungen der Woche 03.07.-09.07.2023

1. **Uneigentliche Integrale** [6 P]: Untersuchen Sie für jeden der nachstehenden Ausdrücke, ob das uneigentliche Integral

$$\int_0^\infty f(x) \, \mathrm{d}x$$

konvergiert.

a)
$$f(x) = x^3 \cdot \exp(-x)$$
.

b)
$$f(x) = \frac{x}{x^3 + x^2 + 1}$$
.

c)
$$f(x) = \frac{x^2}{x^3 + x^2 + 1}$$
.

2. Integralvergleichskriterium [**4 P**]: Untersuchen Sie mit Hilfe des Integralvergleichskriteriums die folgenden Reihen auf Konvergenz:

a)
$$\sum_{k=1}^{\infty} \exp(-k).$$

b)
$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2 + 1}$$
.

- **3. Rohrströmung** [**5 P**]: Durch ein Rohr mit konstantem Durchschnitt strömt eine Flüssigkeit mit einer an jeder Stelle des Ausflussquerschnitts gleichen, aber zeitlich veränderlichen positiven Geschwindigkeit.
 - a) Drücken Sie das in einem Zeitraum endlicher Länge durch den Querschnitt strömende Flüssigkeitsvolumen durch ein bestimmtes Integral aus. Unter welchen Voraussetzungen ist dies möglich?
 - b) Modellieren Sie ein Beispiel, für welches das ausströmende Flüssigkeitsvolumen nicht mehr als 11 beträgt, egal welcher endliche Beobachtungszeitraum gewählt wird.