HUMBOLDT–UNIVERSITÄT ZU BERLIN
Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät
Institut für Mathematik
PD Dr. C. Puhle

Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Mathematik, Unter den Linden 6, 10099 Berlin

Berlin, den 26.04.2023

Übungsaufgaben zur Vorlesung Mathematik II
Serie 2

Diskussion: in Übungen der Woche 01.05.-07.05.2023

---

1. **Fehlerabschätzung [2 P]:** Der Wert der Reihe
$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}$$
ist die Eulersche Zahl e = 2.7182818285... . Für welche Indizes n wird der Fehler E_n, der bei der Berechnung mittels der Partialsumme begangen wird, d.h.
$$E_n = \left| \mathrm{e} - \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!} \right|,$$
kleiner als 1/2, 1/100 bzw. 1/10000?

2. **Konvergent oder divergent? [3 P]:** Welche der folgenden Reihen konvergiert? Welche divergiert? Begründen Sie Ihre Aussagen.
$$\text{a)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{1000}\left(\frac{1}{2}\right)^n, \qquad \text{b)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{100^n}, \qquad \text{c)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+3}.$$

3. **Quotientenkriterium [3 P]:** Untersuchen Sie für jede der folgenden Reihen, für welche Werte $q \in \mathbb{R}$ sich die Konvergenz mit Hilfe des Quotientenkriteriums nachweisen lässt:
$$\text{a)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} q^n, \qquad \text{b)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q^n}{n}, \qquad \text{c)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2 q^n}{(2n)!}.$$

4. **Hornerschema - Funktionswerte [2 P]:** Berechnen Sie mit Hilfe des Hornerschemas die Funktionswerte der folgenden Polynome $p : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ an den Stellen $x_0 = 0.7$ und $x_1 = -0.8$:
   a) $p(x) = x^6 - 7x^5 + 5$
   b) $p(x) = 2x^7 - 6x^5 + x^2 + 6$

5. **Hornerschema - Vielfachheit [2 P]:** Bestimmen Sie mit Hilfe des Hornerschemas die Vielfachheit der Nullstelle $x_0 = 1$ von $p : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, wobei
   a) $p(x) = x^6 - 7x^5 + 20x^4 - 30x^3 + 25x^2 - 11x + 2$
   b) $p(x) = x^5 - 8x^4 + 24x^3 - 34x^2 + 23x - 6$