HUMBOLDT–UNIVERSITÄT ZU BERLIN
Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät
Institut für Mathematik
PD Dr. C. Puhle

Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Mathematik, Unter den Linden 6, 10099 Berlin

Berlin, den 03.05.2023

Übungsaufgaben zur Vorlesung Mathematik II
Serie 3

Diskussion: in Übungen der Woche 08.05.-14.05.2023

---

1. **Cauchy-Produkt [4 P]:** Berechnen Sie das Cauchy-Produkt der Reihen

   a) $\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{q^{2k+1}}{(2k+1)!}$ und $\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{q^{2k}}{(2k)!}$.

   b) $\sum_{k=0}^{\infty} \begin{cases} 3, & k=0 \\ 3^k, & k \geq 1 \end{cases}$ und $\sum_{k=0}^{\infty} \begin{cases} -2, & k=0 \\ 2^k, & k \geq 1 \end{cases}$.

   Untersuchen Sie dabei sowohl die Konvergenz dieser Reihen, als auch die des Cauchy-Produkts.

2. **Potenzreihendarstellung [4 P]:** Finden Sie für die Hyperbelfunktionen

   a) $\mathbb{R} \ni x \mapsto \sinh(x) \in \mathbb{R}$, b) $\mathbb{R} \ni x \mapsto \cosh(x) \in \mathbb{R}$

   jeweils eine Potenzreihendarstellung und bestimmen Sie die zugehörigen Konvergenzradien.

3. **Additionstheoreme [4 P]:** Leiten Sie mit Hilfe der Potenzreihendarstellung die folgenden Additionstheoreme der Hyperbelfunktionen her:

   a) $\sinh(x \pm y) = \sinh(x) \cdot \cosh(y) \pm \cosh(x) \cdot \sinh(y)$,

   b) $\cosh(x \pm y) = \cosh(x) \cdot \cosh(y) \pm \sinh(x) \cdot \sinh(y)$.