HUMBOLDT–UNIVERSITÄT ZU BERLIN
Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät
Institut für Mathematik
PD Dr. C. Puhle

Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Mathematik, Unter den Linden 6, 10099 Berlin

Berlin, den 24.05.2023

Übungsaufgaben zur Vorlesung Mathematik II
Serie 5

Diskussion: in Übungen der Woche 29.05.-04.06.2023

---

1. **Kettenregel [3 P]:** Berechnen Sie die Ableitung der folgenden Funktionen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit Hilfe der Kettenregel, wobei $\sin'(x) = \cos(x)$, $\cos'(x) = -\sin(x)$ gilt:

   a) $f(x) = \sin\left(1 - x^3\right)$, b) $f(x) = x \cdot e^{\cos(x^2)}$, c) $f(x) = (\sin(x) - \cos(x))^4$.

2. **Vollständige Induktion vs. k-te Ableitung [2 P]:** Berechnen Sie die 43. Ableitung der Funktion $f : \mathbb{R} \ni x \mapsto x^2 \cdot \exp(x) \in \mathbb{R}$.

3. **Regel von de L'Hospital [3 P]:** Berechnen Sie mit Hilfe der Regel von de L'Hospital die folgenden Grenzwerte:

   a) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x^2 + x - 12}{x^2 + 4x - 21}$,

   b) $\lim\limits_{x \to +\infty} (x)^{\frac{1}{x}}$,

   c) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x - e^{-x} - 2x}{1 - \cos(x)}$.

4. **Taylor-Entwicklung [2 P]:** Entwickeln Sie das Polynom $p : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$p(x) = x^4 - 3x^3 + 4x^2 + 2x + 9$$

   um den Entwicklungspunkt $x_0 = 2$ in eine Taylor-Reihe.