HUMBOLDT–UNIVERSITÄT ZU BERLIN
Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät
Institut für Mathematik
PD Dr. C. Puhle

Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Mathematik, Unter den Linden 6, 10099 Berlin

Berlin, den 31.05.2023

Übungsaufgaben zur Vorlesung Mathematik II
Serie 6

Diskussion: in Übungen der Woche 05.06.-11.06.2023

---

1. **So ein Käse [3* P]:** Eine kreisförmige Scheibe Brot ist mit einer löchrigen Scheibe Emmentaler belegt. Ist es möglich, mit einem geraden Schnitt Brot und Käse gleichzeitig zu halbieren?

2. **Extrema [2 P]:** Bestimmen Sie die lokalen und globalen Extrema der Funktionen

$$f_k : [-4,5) \ni x \mapsto x^{2k+1} \in \mathbb{R}, \quad k \in \mathbb{N}.$$

3. **Standardmetrik in $\mathbb{R}^2$ [6 P]:** Ermitteln Sie die inneren und Berührungspunkte der Mengen

   a) $M = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 < x^2 + y^2 < 2\}$,
   b) $M = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| \leq 1\}$,
   c) $M = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (x^2+y^2)(1-x-y) = 0\}$.

   Welche dieser Mengen sind offen, welche abgeschlossen, welche beschränkt, welche kompakt?

4. **Partielle Ableitungen [4 P]:** Berechnen Sie die partiellen Ableitungen 1. Ordnung der Funktionen mit der Abbildungsvorschrift

   a) $f(x,y) = 5x - 2xy^4 + 9y$,
   b) $f(x,y) = \sin\big(\exp(xy) + x^3 y\big)$,
   c) $f(x,y,z) = z^4 \ln\left(\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}\right)$.

   Bestimmen Sie dabei zunächst den maximalen Definitionsbereich dieser Funktionen und diskutieren Sie anschließend die partielle Differentierbarkeit hierauf. Bestimmen Sie schließlich die zugehörigen Jacobi-Matrizen.