HUMBOLDT–UNIVERSITÄT ZU BERLIN
Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät
Institut für Mathematik
PD Dr. C. Puhle

Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Mathematik, Unter den Linden 6, 10099 Berlin

Berlin, den 07.06.2023

Übungsaufgaben zur Vorlesung Mathematik II
Serie 7

Diskussion: in Übungen der Woche 12.06.-18.06.2023

---

1. **Differenzierbarkeit [5 P]:** Sei

$$f : \mathbb{R}^3 \supseteq M \ni (x, y, z) \mapsto \sqrt[5]{xyz(x+y+z)} \in \mathbb{R}.$$

   a) Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich M und die Teilmenge $U \subseteq M$, auf welcher f partiell differenzierbar ist.

   b) Ist f stetig differenzierbar auf U?

   c) Ist f total differenzierbar auf U?

2. **Extrema [4 P]:** Klassifizieren Sie sämtliche lokalen Extrema der Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \ni (x, y) \mapsto 2x^2 + 2x \cdot y + 3y^2 - 6x - 8y + 1 \in \mathbb{R}.$$

3. **Extrema II - Abhängig [6 P]:** Untersuchen Sie in Abhängigkeit des Parameters $c \in \mathbb{R}$ die folgenden Funktionen auf ihre lokalen Extrema:

   a) $f : \mathbb{R}^2 \ni (x, y) \mapsto c + x^2 + y^2 \in \mathbb{R}$,

   b) $f : \mathbb{R}^2 \ni (x, y) \mapsto c - x^2 - y^2 \in \mathbb{R}$,

   c) $f : \mathbb{R}^2 \ni (x, y) \mapsto c + x^2 - y^2 \in \mathbb{R}$.

4. **Extrema III - Extrem Abhängig [6 P]:** Zu betrachten sei die 3-parametrige Schar von Funktionen $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x, y) = Ax^2 \cdot y + Bx \cdot y^2 - Cx \cdot y$$

   mit $A, B, C \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$. Untersuchen Sie - abhängig vom Verhältnis der Parameter A, B, C zueinander - die Funktion f auf ihre lokalen Extrema.

5. **Wirkungsverlauf von Medikamenten [4 P]:** Die Wirkung $W(E, t)$, die E Einheiten eines Medikaments t Stunden nach der Einnahme auf einen Patienten haben, sei durch

$$W(E, t) = E^2(x - E)t^2 \mathrm{e}^{-t} \quad (0 \le E \le x, t \ge 0)$$

   modelliert. Bestimmen Sie die Dosis $E_{\max}$ und die Zeit $t_{\max}$ so, dass $W(E_{\max}, t_{\max})$ maximal ist.