Mathematik für Informatiker I: Analysis

Aufgabenserie 5 zum 26.11.02

1. Rechnen mit komplexen Zahlen:
   (1) a, b bezeichnen $a = -3i + 3$, $b = -i + 3 \in \mathbb{C}$. Geben Sie $a + b$, $a - b$, ab und $\frac{a}{b}$ an.
   (2) Bestimmen Sie alle komplexen Zahlen x mit der Eigenschaft
   $$x^2 - ix - (9i + 7) = 0.$$

2. Bestimmen Sie alle Zahlen $x \in \mathbb{R}$ mit $|x + 1| - |x - 1| = 1$.

3. Beweisen Sie, dass für alle Zahlen $x \in \mathbb{R}$ mit $x > 0$ und alle $p, q \in \mathbb{Q}$ die folgenden Gleichungen erfüllt sind.
   (1) $x^{p+q} = x^p \cdot x^q$
   (2) $(x^p)^q = x^{pq}$
   Dabei dürfen die Rechenregeln für ganzzahlige Exponenten als bekannt vorausgesetzt werden.

4. Bestimmen Sie
   $$\lim_{n \to \infty} \frac{-3n^3 + 3n^2 - 9n - 7}{2n^3 - 4n^2 + 6n - 1} .$$

5.* Lösen Sie die Gleichung $x^3 = -16i$ mit $x \in \mathbb{C}$.

Anmerkung. Die Aufgaben 1 und 5 erfordern zur Lösung nur die Definition des Begriffs „komplexe Zahl“. Es wird erwartet, dass Sie nur Mittel verwenden, die in der Vorlesung behandelt wurden.

Hinweis zur Abgabe. Bitte vermerken Sie auf Ihrem Übungsblatt außer den Immatrikulations-Nummern aller Autoren stets auch die Übungsgruppe (Zeit / Name des Übungsleiters). Sie erleichtern so eine zügige Rückgabe.