

14. Tag der Mathematik

Team-Nummer	Klassenstufe	Korrektor	Punkte
	11-13		

Aufgabe 1

Findet alle reellen Zahlen a, b und c , für die die Gleichungen

$$5^a + 12^b = 13^c$$

$$5^b + 12^c = 13^a$$

$$5^c + 12^a = 13^b$$

gelten!

14. Tag der Mathematik

Team-Nummer	Klassenstufe	Korrektor	Punkte
	11-13		

Aufgabe 2

Beweist, dass für reelle Zahlen $a, b, c > 1$ die folgende Ungleichung gilt:

$$\log_a bc + \log_b ca + \log_c ab \geq 4 (\log_{bc} a + \log_{ca} b + \log_{ab} c).$$

14. Tag der Mathematik

Team-Nummer	Klassenstufe	Korrektor	Punkte
	11-13		

Aufgabe 3

In der Ebene seien 2009 verschiedene Punkte $P_1, P_2, \dots, P_{2009}$ sowie ein weiterer, nicht notwendigerweise von den Punkten $P_1, P_2, \dots, P_{2009}$ verschiedener Punkt Q gegeben. Aus Notationsgründen sei $P_0 := P_{2009}$ und $P_{2010} := P_1$. Wir definieren eine Folge von Punkten wie folgt: Es sei $Q_0 := Q$ und für $1 \leq n \leq 2009$ sei Q_n der Punkt, der durch Drehen gegen den Uhrzeigersinn von Q_{n-1} am Punkt P_n um den Winkel $2 \cdot |\angle P_{n-1}P_nP_{n+1}|$ entsteht. Zeigt, dass $Q_{2009} = Q$ gilt!

14. Tag der Mathematik

Team-Nummer	Klassenstufe	Korrektor	Punkte
	11-13		

Aufgabe 4

Bestimmt alle reellen Lösungen der Gleichung

$$\cos(\cos(\cos(\cos(x)))) = \sin(\sin(\sin(\sin(x)))).$$