Lösung Klassenstufe 11-13 Aufgabe 2

Nutze die Logarithmuseigenschaften $\log_p(u) = \ln(u)/\ln(p)$ und $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$ aus (ln - natürlicher Logarithmus). Damit kann die Ungleichung in der Form

$$\frac{y+z}{x} + \frac{z+x}{y} + \frac{x+y}{z} \geq \frac{4x}{y+z} + \frac{4y}{z+x} + \frac{4z}{x+y}$$

geschrieben werden, wobei $x = \ln(a), y = \ln(b), z = \ln(c) > 0$.

Wegen der Symmetrie in den Variablen x, y und z auf rechter und linker Seite, kann die Ungleichung auf drei Ungleichungen der Form

$$\frac{z}{x} + \frac{z}{y} \geq \frac{4z}{x+y}$$

aufgespalten werden. Sie kann leicht bewiesen werden, indem man zuerst z kürzt.

Q.e.d.