Prof. Helga Baum
Institut für Mathematik
Rudower Chaussee 25
Haus 1 Raum 307

Übungsblatt 4

VL Riemannsche Geometrie (Differentialgeometrie II)

SS 2014

Abgabe am 23.05.2014

Aufgabe 10 *Die Orientierungsüberlagerung*
Sei M eine glatte Mannigfaltigkeit. Wir betrachten die Menge

$$\widehat{M} := \bigcup_{x \in M} \{ O_{T_xM} \mid O_{T_xM} \text{ Orientierung von } T_xM \}$$

und die Abbildung

$$\begin{array}{rccc} \pi : & \widehat{M} & \longrightarrow & M \\ & O_{T_xM} & \longmapsto & x. \end{array}$$

Zeigen Sie:

a) Man kann auf $\widehat{M}$ eine Mannigfaltigkeitsstruktur einführen, so dass $\widehat{M}$ eine orientierbare Mannigfaltigkeit und $\pi : \widehat{M} \to M$ eine (glatte) 2-fache Überlagerung ist. (*Diese Überlagerung heißt die Orientierungsüberlagerung von M*).

b) $\widehat{M}$ ist orientierbar.

c) M ist genau dann orientierbar, wenn die Überlagerung $\pi : \widehat{M} \to M$ trivial ist.

8 P

Aufgabe 11
Zeigen Sie, dass jede einfach-zusammenhängende Mannigfaltigkeit orientierbar ist. **4 P**

Aufgabe 12
Seien $\phi, \psi : (N, h) \to (M, g)$ zwei lokale Isometrien zwischen zusammenhängenden semi-Riemannschen Mannigfaltigkeiten und $x \in N$ ein Punkt mit $\phi(x) = \psi(x)$ und $d\phi_x = d\psi_x$. Zeigen Sie, dass ϕ und ψ dann bereits übereinstimmen.

4 P

Insgesamt: **16 P**