

2 Punkte

KLASSENARBEIT

1 Punkt

NAME: _____

1 Punkt

1. Vervollständigen Sie die folgende Wahrheitstabelle nach den Regeln der Aussagenlogik:

x	y	$\neg x$	$x \wedge y$	$x \vee y$	$x \rightarrow y$	$x \leftrightarrow y$
wahr	wahr					
wahr	falsch					
falsch	wahr					
falsch	falsch					

3 Punkte

2. Bestimmen Sie zu den folgenden Funktionen eine Stammfunktion:

1 Punkt

i) $\frac{e^{\alpha\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$

2 Punkte

1 Punkt

1 Punkt

ii) $\int_0^{\pi/3} \left(1 + \frac{1}{\cos x}\right) dx$

1 Punkt

3. Sei $A \in \mathbb{R}^{n,n}$ eine symmetrische, positive definite Matrix

3 Punkte

1 Punkt

(1)

$$A_{n,n} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \cdots & a_{n,n} \end{pmatrix}$$

mit $a_{i,j} = a_{j,i}$

$\forall i, j \in \{1, \dots, n\}$

1 Punkt

1 Punkt

Benutzen Sie den Cholesky-Algorithmus um eine Faktorisierung $LL^T \in \mathbb{R}^{n,n}$ für die Matrix A (vgl. (1)) zu berechnen. Bestimmen Sie die Lösung (1) des Gleichungssystems

1 Punkt

$$\begin{aligned} Ax &= b, \text{ beziehungsweise} \\ LL^T x &= b, \end{aligned}$$

2 Punkte

für die explizit gegebenen Matrizen A und b

2 Punkte

$$A = \begin{bmatrix} 16 & -4 & -8 & 20 \\ -4 & 5 & -6 & -15 \\ -8 & -6 & 21 & 7 \\ 20 & -15 & 7 & 68 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad b = \begin{bmatrix} -12 \\ -11 \\ 39 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

1 Punkt

4. Beweisen Sie für $p \in \mathbb{N}$, dass

1 Punkt $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^{p+1}(1 + 2^p + \dots + n^p)} = \frac{1}{p+1}$.

NOTE: _____

1 Punkt

1 Punkt

mittels Rückwärtseinsetzen