Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Mathematik
Dr. L. Lehmann; Dr. Antoine Laurain, Dipl.Math. Torsten Bosse

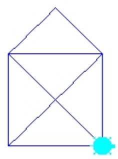
Übungsaufgaben zur Vorlesung
Mathematikorientierte Computernutzung (SS 11)
Serie 2

Anzufertigen bis 23. Mai 2011

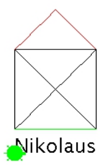
Diese Aufgaben dienen noch dem Kennenlernen der Programmiersprache Java und werden nicht bewertet. Eine Besprechung findet in den Übungen statt

Aufgabe 2.1:

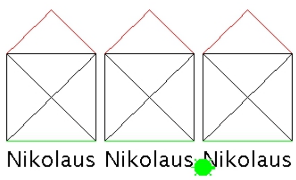
1. Benutzen Sie das Turtle Paket um das *'Haus vom Nikolaus'* zu zeichnen, ohne zweimal über die gleiche Linie zu laufen oder den Stift abzusetzen.



2. Verwenden Sie das Paket 'java.awt.Color' um mittels 'turtle.setPenColor(Color.black)' ihre Zeichnung einzufärben. Wählen Sie eine rote Farbe für das Dach, Grün für den Rasen und Schwarz für alle andere Linien. Schreiben Sie einen Name unter jedes Haus, benutzen Sie dazu das Paket 'java.lang.String' und den Befehl 'turtle.label("Nikolaus")' zum Beispiel.



3. Erweitern Sie ihr Programm um eine Schleife und zeichnen Sie mehrere Häuser nebeneinander. Lesen Sie mit dem Scanner Objekt bzw. der HUMath Bibliothek dazu die Zahl der Häuser ein.



4. Ordnen Sie jedem Haus einen eigenen Namen zu, benutzen Sie hierfür wieder den Scanner und nextLine (bzw. HUMath). Dabei soll nach jedem gezeichneten Haus eine entsprechende Frage (z.B. 'Name für aktuelles Haus?') im Terminal erscheinen.

Aufgabe 2.2:

Sei f eine reellwertige Funktion, die auf dem Intervall $[a, b]$ integrierbar ist.

1. Schreiben Sie ein Programm, dass das Integral einer gegebenen Funktion f durch Treppenfunktionen approximiert. Implementieren Sie dazu eine Methode, die bei Eingabe der Intervallgrenzen a, b und einer natürlichen Zahl $n \in \mathbb{N}$, das Intervall $[a, b]$ mittels $(n+1)$ äquidistant verteilten Stützpunkten $a = a_0 < a_1 < \cdots < a_n = b$ unterteilt und den Wert

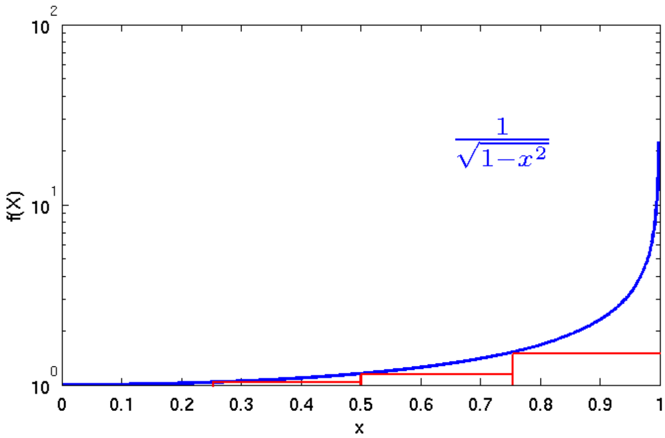
$$F_n(a, b) = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{f(x_i)}{n}.$$

   zurückliefert. Die Funktion f sollte hierbei in einer eigenen Methode ausgewertet werden um eine größ tmögliche Portabilität zu gewährleisten. Verwenden Sie anschließend die Tatsache, dass

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n \to \infty} F_n(a, b).$$

2. Benutzen Sie ihr Programm, um das Integral der Funktion

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$$



   über dem Intervall $[0, 1]$ zu berechnen. Betrachten Sie dabei den Wert $F_n(0, 1)$ für feiner werdende Diskretisierungen mit $n + 1 = 2^1 + 1,\ 2^2 + 1, \ldots, 2^k + 1$ Stützstellen.

   Erstellen Sie eine HTML Seite in der Sie ihre Ergebnisse tabellarisch dokumentieren und besprechen.

3. Testen Sie ihr Programm an anderen Funktionen. Untersuchen Sie die numerischen Effekte, welche für große k auftreten können. Versuchen Sie eine Erklärung dafür zu finden.

Aufgabe 2.3:

Betrachten Sie das Einheitsintervall $[a, b]$. Darauf seien nun die Teilintervalle $[a_i, b_i] \subset [a, b]$ wie folgt definiert:

$$
\begin{aligned}
[a_0, b_0] &:= [a, b] \\
[a_1, b_1] &:= \left[\frac{a_0 + b_0}{2}, b_0\right] \\
[a_1, b_1] &:= \left[a_1, \frac{a_1 + b_1}{2}\right] \\
&\dots \\
[a_i, b_i] &:= \left[\frac{a_{i-1} + b_{i-1}}{2}, b_{i-1}\right] \\
[a_{i+1}, b_{i+1}] &:= \left[a_i, \frac{a_i + b_i}{2}\right] \\
&\dots
\end{aligned}
$$

1. Zeigen Sie, dass die Folgen
$$\lim_{n\to\infty} a_n \quad \text{und} \quad \lim_{n\to\infty} b_n$$
zu einem gemeinsamen Wert $z \in [a, b]$ konvergieren.

2. Schreiben Sie ein *rekursives* Programm, welches für die Eingabe eines Intervalls $[a, b]$ und einer natürliche Zahl $n \in \mathbb{N}$ das Teilintervall $[a_n, b_n]$ berechnet. Nutzen Sie ihren Algorithmus um die Zahl $z \in \mathbb{R}$ für $a = 0$ und $b = 1$ zu bestimmen.

3. Erstellen Sie eine HTML Seite, in der Sie ihre Ergebnisse tabellarisch dokumentieren.

Aufgabe 2.4:

Betrachten Sie nun die rekursiv definierte Funktion

$$\Phi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\cdots}}}},$$

welche aus der Beziehung $\Phi = 1 + \Phi$ folgt.

1. Implementieren Sie ein *rekursives* Programm, dass nach Eingabe einer natürliche Zahl $n \in \mathbb{N}$ den Wert $\Phi_n = 1 + \Phi_{n-1}$, $\Phi_0 = 0$ bestimmt.

2. Berechnen Sie nun die beiden reelle Zahlen $x > y > 0$ mit $x + y = 1$, welche die Relation
$$\frac{y}{x} = \frac{x + y}{y}$$
erfüllen. Verifizieren Sie, dass $\phi := \frac{x}{y}$ dem Grenzwert der Folge $\lim_{n\to\infty} \Phi_n$ aus der vorherigen Teilaufgabe entspricht.

3. Erstellen Sie eine HTML Seite, in der Sie ihre Ergebnisse tabellarisch dokumentieren und finden Sie einen Zusammenhang zu der letzten Übungsstunde.