

Mathematik für Informatiker III

Andreas Griewank

Institut für Angewandte Mathematik
Humboldt Universität zu Berlin
griewank@math.hu-berlin.de

Wiss. Mitarbeiter:
Dr. Niepage (niepage@math.hu-berlin.de)
Jan Riehme (riehme@math.hu-berlin.de)

2. Dezember 2005

- 1 -

Teil D

Differentialgleichungen mit Numerik




Vorläufige Gliederung

1. Numerik im Überblick
2. Gleitkommaarstellung und -arithmetik
3. Lösung (nicht-)linearer Gleichungssysteme
4. Gewöhnliche Differentialgleichungen (=ODE)
5. Euler Verfahren für Systeme von ODEs
6. Interpolation mit Polynomen und Splines
7. Quadraturen = Numerische Integration
8. Randwertprobleme und Schwingende Seite

- ▶ Übung zu 1-3 abzugeben am 8.11
- ▶ Übung zu 4-6 abzugeben am 22.11.





- 2 -

Literaturhinweise I

-  **Peter Hartmann**,
Mathematik für Informatiker. 3. überarbeitete Auflage, 2004, Vieweg.
Bei Lehmann's vorhanden, ca. 30€.
Gute Grundlage, äusserst lesbar, ISBN: 3-528-23181-5
-  **Guerino Mazzola, Gérard Milmeister, Jody Weissmann**,
Comprehensive Mathematics for Computer Scientists 1, 2004, Springer.
Ziemlich axiomatisch und knapp geschrieben. Zweiter Band in Vorbereitung. Definitiv für höhere Ansprüche. Begleitender Kurs im Internet verfügbar. ca 30 €, ISBN: 3-540-20835-6
-  **Gerhard Opfer**,
Numerische Mathematik für Anfänger. Eine Einführung für Mathematiker, Ingenieure und Informatiker. 4. durchgesehene Auflage, 2002, Vieweg

- 3 -

Literaturhinweise II

-  **Hans-Görg Roos, Hubert Schwetlick**,
Numerische Mathematik. Das Grundwissen für jedermann.
Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler. 1999, Teubner
-  **Friedrich Stummel, Karl Hainer**,
Praktische Mathematik. 1982, Teubner
-  **J.M. Ortega, W.C. Rheinboldt**,
Iterative solution of nonlinear equations in several variables. 1970
Academic Press, Inc.
-  **Josef Stoer**,
Numerische Mathematik 1. Eine Einführung - unter Berücksichtigung von Vorlesungen von F.L. Bauer. 7. neubearbeitete und erweiterte Auflage, 1994, Springer.

- 4 -

D-1 Numerik im Überblick – Was ist, was will 'Numerik'

Ausgangsdilemma

Die Modellierung natur- oder sozialwissenschaftlicher Zusammenhänge bzw. 'Systeme' führt zu mathematischen 'Gleichungen', die nur in ganz einfachen Fällen per Hand oder sonstwie 'exakt' gelöst werden können. Zum Beispiel können schon bei der unbestimmten Integration **Maple** und **Mathematica** nur in speziellen Ausnahmefällen eine Lösung als Formel angeben.

Es lässt sich sogar zeigen, dass eine solche 'symbolische' Lösung im Regelfall gar nicht existiert.

- 5 -

Stufen des 'Wissenschaftlichen Rechnens'

- (i) Modellierung (des Anwendungssystems)
- (ii) Diskretisierung (von Differentialgleichungen)
- (iii) Dateneingabe (für aktuelle Situation)
- (iv) Lösung (durch Gleitkomma-Algorithmen)
- (v) Datenausgabe (in geeigneter Form)

Eventuell können (iii) - (v) auch innerhalb einer Wiederholungsanweisung (Schleife, Schlaufe) ausgeführt werden (z.B. wenn die Ausgabe zur Echtzeitsteuerung eines System dient).

- 7 -

Praktischer Ausweg

Die mathematischen Gleichungen werden in Computerprogramme umgesetzt und, wenn es sich dabei um Differentialgleichungen handelt 'diskretisiert'.

Die resultierenden Systeme linearer oder nichtlinearer algebraischer Gleichungen werden dann annäherungsweise über dem Raster(=Screen) der Gleitkommazahlen gelöst

Die Ergebnisse werden ausgedruckt oder besser graphisch dargestellt.

- 6 -

Numerische Grundaufgaben und ihre Lösbarkeit

Lineare algebraische Gleichungssysteme

Im Prinzip völlig im Griff. Variablenzahl jeweils durch Speichergrösse und Prozessorzahl und -geschwindigkeit beschränkt.

Nichtlineare algebraische Gleichungssysteme

Lokal, d.h. bei vorhandener guter Anfangsnäherung: wie linearer Fall.
Global: beliebig schwierig und eventuell unlösbar.

Anfangswertaufgaben für ODEs

Im Prinzip völlig im Griff unabhängig von Linearität.

Randwertaufgaben für ODEs

Standarddiskretisierung führt auf lineare bzw nichtlineare algebraische Gleichungen und ist entsprechend lösbar.

Partielle Differentialgleichungen PDE

Nur im elliptischen Fall schnell lösbar, alles andere ist Forschungsgebiet und stösst jeweils an die Grenzen vorhandener Rechnerkapazitäten.

- 8 -