Wiederholung:

Strukturerhaltende Abbildungen:

φ :M $\longrightarrow$ N; φ : -injektiv
-surjektiv
-bijektiv;

Homomorphismus:

$\forall$ a,b$\in$ M , φ (a+b)=φ (a)+φ (b)

Graphische:

$$\begin{array}{ccc} a,b \in M & \xrightarrow{\textit{Addition in M}} & a+b \\ \text{Abbild} \downarrow & \text{Isomorphismus } \Phi^{-1} & \downarrow \uparrow \text{ Abbildung} \\ \Phi(a), \Phi(b) \in M & \xrightarrow[\textit{Addition in N}]{} & \Phi(a+b) = \Phi(a) + \Phi(b) \end{array}$$

Homomorphismus

---

z.B. φ surjektiv + Homomorphismus bezüglich „+“
M Gruppe
$\Rightarrow$ φ (M)=N: Gruppe
$\Rightarrow$ φ : surjektiver Gruppenhomomorphismus,

Ziel: isomorphe Abbildung

d.h. a M $\longrightarrow$ N φ bijektiv
φ Homomorphismus

$\Rightarrow$ Isomorphismus bezüglich „+“ , „ $*$ “
$\Rightarrow$ Ringisomorphismus,

Endomorphismen

ℓ M→M,

Endo(M) d.h. alle Endomorphismen von M;
Endo(M) =$\{\ell_1, \dots, \ell_n\}$ nach Anzahl der Endomorphismen

Endo(M) Monoid bezüglich der Hintereinanderabbildung
„ ○ “ $\Phi \circ \Phi_1$
a→a a$\in$ Endo(M)

Iso(M) $\subset$ Endo(M)

Beispiel: M=

$\Phi_1 \dots, \Phi_n$ M→M
↓ ↓
$\in$ Endo(M)

„+“ $(\Phi_1 + \Phi_2)(a) = \Phi_1(a) + \Phi_2(a)$
„ ○ “ $(\Phi_1 \circ \Phi_2)(a) = \Phi_1 \circ (\Phi_2(a))$
→ Ring Endomorphismus von .

($\xrightarrow{Endo(RxR)}$) $\xrightarrow{\varphi}$ ^{2x2} Matrix-
Isomorphismus$\in$ N Ring

$(\Phi :(a,b)\rightarrow(c,d)) \xrightarrow{\varphi} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ a,b,c,d

$(a_1,b_1) \xrightarrow{\Phi} (c_1,d_1)$

$(a_2,b_2) \xrightarrow{\Phi} (c_2,d_2)$

$\Phi \in$ Endo(M), φ : Endo(M) $\rightarrow$ N= ^{2x2}

$((a_1+a_2,b_1+b_2) \xrightarrow{\Phi} (c_1+c_2,d_1+d_2)) \xrightarrow{\varphi} \begin{pmatrix} a_1+a_2 & b_1+b_2 \\ c_1+c_2 & d_1+d_2 \end{pmatrix} \in$ ü^{2x2}

ü^2=ü ü $\in$ ü^2=ü ü

ü^2 ü^2

Ringendomorphismus $\xrightarrow{Isomorph}$ Matrixring

Übung: $\widetilde{\Phi}$ welcher die Matrix malt und strukturerhaltend abbildet.

Bemerkung: Größere Strukturen können mit Vektorräumen beschrieben werden

ü$\rightarrow$ü$^2\rightarrow\ldots\rightarrow$ü$^n \in \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}$ $a_1,\ldots,a_n \in$ ü

Beispiel für Kernberechnung in Vektorräumen.

A: $^3\rightarrow$ ^{2}

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \xrightarrow{A} \begin{pmatrix} x_1 - x_2 + x_3 \\ 2x_1 - 2x_1 - 2x_1 \end{pmatrix}$$

z.B. $\{\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix},\ldots\}$

Beispiel 1.)

„ “=„ “

a / a $\Rightarrow \neg$ (a a)

$\Rightarrow$ streng

Beispiel 2.)

$\forall$a,s a≤b

va≥s

va=b

„ “=„⊆“ $\Rightarrow$ reflexive Ordnung

a≤a

vollständige Ordnung

Beispiel 3.) nicht vollständig „ “:={„⊂“, „=“, „⊆“}

(a,b)∈R² =(⊆,⊆)

(a,b) (c,d)

$\Rightarrow$ a⊆c∧b⊆d,

(a,b) (e,f) $\not\Rightarrow$ a⊈e∧b⊆f

$\Rightarrow$ partielle Ordnung

- -

Beispiel A.79

M N $\Leftrightarrow$ M $\subset$ N reflexiv da M $\subset$ N

oder vollständig $\Leftrightarrow$ M=N

M\(M $\cap$ N) $\not\subset$ N

- -

Graphische Interpretation

(a,b)$\in$ R

```
                                   A
      a   b                       /
                                 B
      b   c                     / \
                               C   D
⇒     a   c
```