HUMBOLDT–UNIVERSITÄT ZU BERLIN
MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE FAKULTÄT II
INSTITUT FÜR MATHEMATIK
PROF. PHD. ANDREAS GRIEWANK, VERTRETUNG: DR. JÜRGEN GEISER
DR. HANS-DIETRICH NIEPAGE, DIPL.-MATH. HOLGER HEITSCH
DIPL.-MATH. LUTZ LEHMANN

Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Mathematik, Unter den Linden 6, D-10099 Berlin

Übungsaufgaben zur Vorlesung Mathematik für Informatiker I

Serie 3. (Abgabe: bis 17.11.06)

Aufgabe 1: **4 Punkte**
Es sei eine Folge von Personalnummern (Aktenzugriffen) gegeben:

$$824, 411, 619, 307, 208, 314, 413, 616$$

und die Registraturgröße sei etwa 100. Betrachte die Hashfunktion $h(k) = k \mod 103$, um für jede Personalnummer einen Index von 0 bis 102 zu erzeugen. Berechne die Indizes und, falls irgendwann Kollisionen auftreten (d.h. $h(k) = h(k')$, wobei $k \neq k'$), löse diese durch das quadratische Sondieren.

Aufgabe 2:
Betrachte die Gruppe $\mathcal{P}_4 = \mathrm{Iso}(\mathcal{M})$ aller Permutationen auf $\mathcal{M} = \{1, 2, 3, 4\}$.

a) Wieviel Elemente hat $\mathcal{P}_4$ und wieviele die Menge $\mathrm{Endo}(\mathcal{M})$ aller Abbildungen von $\mathcal{M}$ in sich. **2 Punkte**

b) Bestimme die Verknüpfung der als Tupel $(2, 3, 4, 1)$ und $(3, 1, 2, 4)$ gegebenen Permutationen in beiden möglichen Reihenfolgen. **2 Punkte**

c) Bestimme die inversen Elemente zu den beiden oben angegebenen Permutationen. **2 Punkte**

d) Bestimme die durch die Permutation $(3, 4, 1, 2)$ aufgespannte Untergruppe von $\mathcal{P}_4$ **2 Punkte**

Aufgabe 3:
Sei $\mathcal{M}$ eine multiplikative (d.h. nicht notwendig kommutative) Gruppe

a) Welche Eigenschaften (injektiv, surjektiv, bijektiv, homomorph) hat die Abbildung $\varphi(a) = a^{-1}$? **2 Punkte**

b) Unter welcher Voraussetzung ist die Abbildung $\varphi : \mathcal{M} \to \mathcal{M}$ mit $\varphi(a) = a * a$ ein Gruppenhomomorphismus? **2 Punkte**

Aufgabe 4:
Seien $\mathcal{M}, \mathcal{N}$ additive Gruppen und $\varphi : \mathcal{M} \to \mathcal{N}$ ein Gruppenhomomorphismus mit dem Kern $\mathcal{U} = \mathrm{kern}(\varphi) = \varphi^{-1}(\{0\})$. Zeige, dass für die Äquivalenzrelation **3 Punkte**

$$x \sim y \quad \Longleftrightarrow \quad x - y \in \mathcal{U}$$

für jedes beliebiges $x \in \mathcal{M}$ dessen Äquivalenzklasse durch das Urbild $[x] = \varphi^{-1}(\{\varphi(x)\})$ gegeben ist.

Aufgabe 5: Zeige, dass die Abbildung $\varphi : \mathbb{Z} \mapsto \mathbb{Z}^{2\times 2}$ mit **4 Punkte**

$$\varphi(a) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ a & 0 \end{bmatrix}$$

ein injektiver Homomorphismus der additiven Gruppen, aber kein Ringhomomorphismus ist.

phone: 030/2093-5820 fax: 030/2093-5848
e-mail: griewank@math.hu-berlin.de llehmann@math.hu-berlin.de heitsch@math.hu-berlin.de niepage@math.hu-berlin.de