HUMBOLDT–UNIVERSITÄT ZU BERLIN
MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE FAKULTÄT II
INSTITUT FÜR MATHEMATIK
PROF. PHD. ANDREAS GRIEWANK, VERTRETUNG: DR. JÜRGEN GEISER
DR. HANS-DIETRICH NIEPAGE, DIPL.-MATH. HOLGER HEITSCH
DIPL.-MATH. LUTZ LEHMANN

Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Mathematik, Unter den Linden 6, D-10099 Berlin

Übungsaufgaben zur Vorlesung Mathematik für Informatiker I

Serie 4. (Abgabe: bis 24.11.04)

Aufgabe 1:

Betrachte nebenstehendes Auswertungsprogramm. Falls der Wert von v_j benötigt wird, um den Wert von v_i zu berechnen, schreiben wir $v_j \prec v_i$. Zeichne den Graphen dieser partiellen Ordnung. Finde einen längsten gerichteten Pfad und ein Paar von Knoten (v_s, v_t), die bzgl. der partiellen Ordnung $\prec$ nicht vergleichbar sind. **3 Punkte**

$$
\begin{aligned}
v_1 &= 3.0\\
v_2 &= 4 + v_1\\
v_3 &= \cos(\tfrac{1}{3}\pi) - v_1 + v_2\\
v_4 &= v_2 - v_1^2 - v_3\\
v_5 &= 23 * v_2 + \exp(v_1)\\
v_6 &= v_4 - v_2 * 3\\
v_7 &= v_5/v_1 + v_6\\
v_8 &= v_6 * v_7
\end{aligned}
$$

Aufgabe 2:

Verifiziere die Eigenschaften der Assoziativität, Absorbtion und Konsistenz von inf und sup im Verband $\mathcal{P}(A)$ der Teilmengen einer Menge A. **4 Punkte**

Aufgabe 3:

Zeige, dass jede reflexiv wohlgeordnete Menge ein Verband ist. **2 Punkte**

Aufgabe 4:

a) Beweise, dass der GGT homogen ist in dem Sinne, dass für alle $a, b, c \in N_+$ **3 Punkte**

$$\mathrm{GGT}(c * a, c * b) = c * \mathrm{GGT}(a, b)$$

gilt. **Hinweis:** Setze $g = \mathrm{GGT}(a, b)$ und $h = \mathrm{GGT}(c * a, c * b)$. Zeige zunächst, dass $c * g$ ein gemeinsamer Teiler von $c * a$ und $c * b$ ist. Führe dann die Annahme, dass h ein echtes Vielfaches von $c * g$ ist, zum Widerspruch zur Definition von g.

b) **(Zusatzaufgabe)** Unter Nutzung von **a)** zeige für beliebige $a, b, d \in N_+$: **4 Punkte**

$$\text{Aus} \qquad a|d \wedge b|d \qquad \text{folgt} \qquad \left.\frac{a * b}{\mathrm{GGT}(a, b)}\,\right|\, d\,.$$

Folgere, dass die linke Seite das eindeutig definierte kleinste gemeinsame Vielfache $\mathrm{KGV}(a, b)$ von a und b ist.

Aufgabe 5: Sei $a = 17199$ und $b = 25389$.

a) Berechne den GGT von a und b mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus. **3 Punkte**

b) Berechne die Primfaktorzerlegung von a und b. **3 Punkte**

c) Berechne $\mathrm{GGT}(a, b)$ mit Hilfe der Primfaktorzerlegung und vergleiche das Ergebnis mit dem von **a)**. **2 Punkte**

phone: 030/2093-5820 fax: 030/2093-5848
e-mail: griewank@math.hu-berlin.de llehmann@math.hu-berlin.de heitsch@math.hu-berlin.de niepage@math.hu-berlin.de