HUMBOLDT–UNIVERSITÄT ZU BERLIN
MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE FAKULTÄT II
INSTITUT FÜR MATHEMATIK
PROF. PHD. ANDREAS GRIEWANK, VERTRETUNG: DR. JÜRGEN GEISER
DR. HANS-DIETRICH NIEPAGE, DIPL.-MATH. HOLGER HEITSCH
DIPL.-MATH. LUTZ LEHMANN

Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Mathematik, Unter den Linden 6, D-10099 Berlin

Übungsaufgaben zur Vorlesung Mathematik für Informatiker I

Serie 8. (Abgabe: bis 22.12.06)

Aufgabe 1:
Sei $z_1 = 3 - 5\mathbf{i}$ und $z_2 = 7 + \mathbf{i}$. Man berechne (exakt, wenn möglich; sonst 6 gültige Stellen)

a) $z_1 + z_2, \quad z_1 - z_2, \quad Re(z_1), \quad Im(z_2);$ **2 Punkte**

b) $z_1 \cdot z_2, \quad z_1/z_2;$ **2 Punkte**

c) $|z_2|, \quad \arg(\bar{z}_1).$ **2 Punkte**

Aufgabe 2:
Wie lautet (exakt, wenn möglich; sonst 6 gültige Stellen) die komplexe Zahl

a) $z = x + y\mathbf{i}$, wenn in Polarkoordinaten $\rho = 12$, $\phi = \pi/3$ gilt; **2 Punkte**

b) $z = \rho(\cos(\phi) + \mathbf{i}\sin(\phi))$, wenn in arithmetischer Form $x = 5$ und $y = 12$ gilt. **2 Punkte**

Aufgabe 3:
Man berechne ohne zu runden **3 Punkte**

a) $z = (-3 + 4\mathbf{i})^5;$ **3 Punkte**

b) $\mathbf{i}^{4321}$, $(\mathbf{i} + \sqrt{3})^7$, $\left(\frac{1}{2}(\mathbf{i} - \sqrt{3})\right)^{55}$.

Aufgabe 4:
Man löse die Gleichungen (exakt, wenn möglich; sonst 6 gültige Stellen) durch Übergang zu Polarkoordinaten und Anwenden der Euler-Moivre-Formel:

a) $z^2 - 15 + 8\mathbf{i} = 0;$ **2 Punkte**

b) $z^3 + \mathbf{i} = 0;$ **2 Punkte**

c) $z^5 - 4 - 4\mathbf{i} = 0.$ **3 Punkte**

Aufgabe 5: (Zusatzaufgabe)
Sei $P(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \cdots + a_1 \cdot x + a_0 \in \mathbb{C}[x]$ ein von Null verschiedenes Polynom mit komplexen Koeffizienten. Sei $B > 0$ eine reelle Zahl, die die Ungleichung

$$|a_0| \geq |a_1| \cdot B + \cdots + |a_{n-1}| \cdot B^{n-1} + |a_n| \cdot B^n$$

erfüllt.

a) Dann hat jede komplexe Nullstelle $z \in \mathbb{C}$, $P(z) = 0$ einen Betrag $|z| > B$, d.h. der Kreis um 0 mit Radius B ist nullstellenfrei. **4 Bonuspunkte**

b) Die Schranke $B = \dfrac{|a_0|}{|a_0| + \max\{|a_k| : k = 1, \ldots, n\}}$ erfüllt die angegebene Ungleichung. **3 Bonuspunkte**

phone: 030/2093-5820 fax: 030/2093-5848
e-mail: griewank@math.hu-berlin.de llehmann@math.hu-berlin.de heitsch@math.hu-berlin.de niepage@math.hu-berlin.de