HUMBOLDT–UNIVERSITÄT ZU BERLIN
MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE FAKULTÄT II
INSTITUT FÜR MATHEMATIK
PROF. PHD. ANDREAS GRIEWANK, VERTRETUNG: DR. JÜRGEN GEISER
DR. HANS-DIETRICH NIEPAGE, DIPL.-MATH. HOLGER HEITSCH
DIPL.-MATH. LUTZ LEHMANN

Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Mathematik, Unter den Linden 6, D-10099 Berlin

Übungsaufgaben zur Vorlesung Mathematik für Informatiker I

Serie 9. (Abgabe: bis 19.01.07)

Aufgabe 1: Im Anschauungsraum $\mathbb{R}^3$ betrachte die Vektoren $u = (2,7,1)^T$ und $v = (7,2,6)^T$.

a) Berechne die euklidische Länge von $u, v, u+v, u-v$ und verifiziere die Dreiecksungleichung und die Parallelogramm–Gleichung. **4 Punkte**

b) Berechne das Skalarprodukt $\{\, u,\ v \,\}$ und das Kreuzprodukt $u \times v$. **3 Punkte**

c) Verifiziere die Gültigkeit der Cauchy-Schwarz-Ungleichung und bestimme den Winkel ϕ zwischen u und v. Prüfe mit diesem die Gültigkeit von $\|u \times v\| = \|u\|\,\|v\|\,\sin\phi$. **4 Punkte**

d) Berechne mit dem zusätzlichen Vektor $w = (8,5,2)^T$ das Spatprodukt $[u,v,w]$ und entscheide, ob das System u, v, w links- oder rechts-orientiert ist. **3 Punkte**

j) Überprüfe die Gültigkeit der Ungleichung $|[u,v,w]| \leq \|u\|\,\|v\|\,\|w\|$. **2 Punkte**

Aufgabe 2: Betrachte die Norm: $||v||_m = \max(|\nu_1| + 2|\nu_2|, |\nu_3|)$

a) Zeige, dass $||\cdot||_1$ für beliebige u und v die Dreiecksungleichung $\|u+v\|_m \leq \|u_1\|_m + \|u_2\|_m$ erfüllt. **3 Punkte**

b) Zeige, dass $\|\cdot\|_m$ für die in **Aufgabe 1** angegebenen Vektoren (u,v) die Parallelogramm-Gleichung nicht erfüllt. **2 Punkte**

c) Verifiziere für u und v (aus **Aufgabe 1**), dass $\|\cdot\|_m$ die umgekehrte Dreiecksungleichung erfüllt. **2 Punkte**

Aufgabe 3: (Zusatzaufgabe) Betrachte einen regelmäßigen, gleichseitigen Tetraeder $ABCD$ im Anschauungsraum. Es sei mit M der Mittelpunkt der Strecke CD bezeichnet. Bestimme die Winkel im Dreieck ABM. Dies kann durch Bestimmen der relevanten Seitenlängen und der Anwendung des Kosinussatzes erfolgen, oder durch das Bestimmen der Ortsvektoren zu einem Beispieltetraeder und der Auswertung der entsprechenden Skalarprodukte. **4 Bonuspunkte**

phone: 030/2093-5820 fax: 030/2093-5848
e-mail: griewank@math.hu-berlin.de llehmann@math.hu-berlin.de heitsch@math.hu-berlin.de niepage@math.hu-berlin.de