HUMBOLDT–UNIVERSITÄT ZU BERLIN
MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE FAKULTÄT II
INSTITUT FÜR MATHEMATIK
PROF. PHD. ANDREAS GRIEWANK, VERTRETUNG: DR. JÜRGEN GEISER
DR. HANS-DIETRICH NIEPAGE, DIPL.-MATH. HOLGER HEITSCH
DIPL.-MATH. LUTZ LEHMANN

Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Mathematik, Unter den Linden 6, D-10099 Berlin

Übungsaufgaben zur Vorlesung Mathematik für Informatiker I

Serie 12. (Abgabe: bis 9.02.07)

Aufgabe 1: Löse das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 8 & -3 & 4 \\ 1 & 1 & -2 \\ 6 & 6 & -9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

a) mit Gauß-Elimination. **2 Pkt.**

b) nach der Cramerschen Regel. **3 Pkt.**

Aufgabe 2: Gegeben sei die (3×5)-Matrix

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 9 & 32 & -8 & -8 \\ -4 & -12 & -36 & 24 & 22 \\ 5 & 15 & 40 & -40 & -34 \end{bmatrix}.$$

a) Bestimme eine Zerlegung $A = LU$ mit einer unteren Dreiecksmatrix L und einer oberen Stufenmatrix U. **4 Pkt.**

b) Wähle aus den Spalten von A ein maximales linear unabhängiges System aus, gib den Rang von A an. **2 Pkt.**

c) **(Zusatzaufgabe)** Bestimme den gesamten Lösungsraum des Gleichungssystems $A\mathbf{x} = \mathbf{b}_3$ für die rechte Seite **3 Bonuspkt.**

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -13 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Aufgabe 3: Gegeben sei die Matrix

$$\begin{pmatrix} -4 & 3 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & -3 & 7 \\ 6 & 7 & 0 & 2 \\ 4 & 8 & -4 & 4 \end{pmatrix}$$

a) Berechne die Determinante! **4 Pkt.**

b) **(Zusatzaufgabe)** Untersuche, wie sich das Ergebnis verändert, wenn man die zweite Zeile mit einer reellen Zahl μ multipliziert! **3 Bonuspkt.**

Aufgabe 4: **(Zusatzaufgabe)** Bestimme das charakteristische Polynom der Matrix **6 Bonuspkt.**

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & -3 & -1/2 \\ 6 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

und berechne ihre Eigenwerte sowie zumindest einen Eigenvektor.

phone: 030/2093-5820 fax: 030/2093-5848
e-mail: griewank@math.hu-berlin.de llehmann@math.hu-berlin.de heitsch@math.hu-berlin.de niepage@math.hu-berlin.de