7 Sei $\Delta = \Delta(A, B, C)$ ein Dreieck in $\mathbb{R}^2$. Sei $G \subset \mathbb{R}^2$ eine Gerade, die zu keiner der drei Seiten von Δ parallel ist, und gelte $A, B, C \notin G$. Seien D, E, F die Schnittpunkte von G mit $G(A, B), G(B, C), G(A, C)$. Beweisen Sie

$$\frac{AD}{DB} \cdot \frac{BE}{EC} \cdot \frac{CF}{FA} = -1.$$

Tipp: Betrachten Sie die Fußpunkte $\widehat{A}, \widehat{B}, \widehat{C}$ der Lote von A, B, C auf G; Strahlensatz.

(6 Punkte)

8 Seien $\Delta(A, B, C)$ ein euklidisches Dreieck, und seien A', B', C' die Schnittpunkte der Höhen aus A, B, C mit der jeweils gegenüberliegenden Seite (genauer: der Geraden, auf der diese Seite jeweils liegt). Sei P_H der Höhenschnittpunkt des Dreiecks. Beweisen Sie:

(a) $|AP_H| \cdot |A'P_H| = |BP_H| \cdot |B'P_H| = |CP_H| \cdot |C'P_H|$

(b) $|AA'| \cdot |P_HA'| = |BA'| \cdot |CA'|$

(Tipp: Ähnlichkeitssatz) *(3+3 Punkte)*

9 In dieser Aufgabe wird die Situation sSW betrachtet, d.h. zwei Dreiecke, die in den Längen zweier Seiten $b = |AC|, c = |AB|$ mit $b \leq c$ und dem der Seite AC gegenüberliegenden Winkel β übereinstimmen.

(a) Skizzieren Sie zwei nicht-kongruente Dreiecke mit gleichen Größen b, c, β. *(1 Punkt)*

(b) Welche Beziehung muss jeweils zwischen b, c und β bestehen, damit es (bis auf Kongruenz) kein Dreieck/genau ein Dreieck/zwei Dreiecke mit diesen Größen gibt. *(5 Punkte)*