10 (a) Gegeben sei ein Dreieck $\Delta = \Delta(A, B, C)$ dessen Ecken auf dem Kreis $K(M, 1)$ liegen, wobei M der Mittelpunkt der Strecke AB ist. Bestimmen Sie den Radius des Inkreises von Δ in Abhängigkeit von $a = |BC|$.

(b) Wie ist das Verhältnis Umkreisradius/Inkreisradius in einem gleichseitigen Dreieck?

(4+2 Punkte)

11 Sei $\Delta = \Delta(A, B, C)$ ein Dreieck, und sei $p := \frac{a+b+c}{2}$ dessen halber Umfang. Zeigen Sie:

(a) Ist E der Berührpunkt des Ankreises von Δ an die Seite BC mit dieser Seite, so gilt

$$|BE| = p - c \qquad \text{und} \qquad |CE| = p - b.$$

(b) Ist M der Berührpunkt des Inkreises von Δ mit der Seite AC, so gilt

$$|MA| = p - a \qquad \text{und} \qquad |MC| = p - c.$$

(3+3 Punkte)

12 Gegeben seien zwei verschiedene Punkte $A, C \in \mathbb{R}^2$, sowie zwei weitere Punkte B, D, die auf verschiedenen Seiten der Geraden $G(A, C)$ liegen sollen. Die Punkte A, B, C, D definieren ein *Viereck* $\square = \square(A, B, C, D)$ in $\mathbb{R}^2$ mit den Seiten AB, BC, CD, DA. Ein *Parallelogramm* ist ein Viereck, bei dem je zwei gegenüberliegende Seiten parallel sind.

(a) Bestimmen Sie die Innenwinkelsumme von $\square$.

(b) Zeigen Sie: Wenn in $\square$ je zwei gegenüberliegende (d.h. nicht benachbarte) Winkel gleich groß sind, so ist $\square$ ein Parallelogramm.

(c) Zeigen Sie: Wenn in $\square$ je zwei gegenüberliegende Seiten gleich groß sind, so ist $\square$ ein Parallelogramm.

(d) Zeigen Sie: Wenn ein Parallelogramm einen Umkreis besitzt (d.h., wenn ein Kreis durch alle vier Eckpunkte existiert), so ist es ein Rechteck.

($\frac{1}{2} + 2 + \frac{3}{2} + 2$ Punkte)