13 Gegeben sei ein Dreieck $\Delta(A, B, C)$ mit $\beta = \pi/2$ (rechter Winkel bei B) und $|BC| = |AB|/2$. Sei $D \in AB$ so, dass $|AD| = |AC| - |BC|$ gilt. Zeigen Sie

$$\frac{|AD|}{|BD|} = \frac{|AB|}{|AD|}.$$

Hinweis: Wenden Sie den Tangentensatz für den Kreis um C mit Radius $|BC|$ an. (6 Punkte)

14 Seien K und K' zwei Kreise, die sich in zwei Punkten A und B schneiden. Sei P ein Punkt auf K außerhalb von K', so dass die Geraden $G(P, A)$ und $G(P, B)$ Sekanten für den Kreis K' sind. Bezeichne A' bzw. B' den zweiten Schnittpunkt der Sekante $G(P, A)$ bzw. $G(P, B)$ mit K'. Zeigen Sie, dass die Länge $|A'B'|$ nicht von der Wahl von P abhängt. *(6 Punkte)*

15 (a) Gegeben seinen zwei Kreise $K = K(M, r)$ und $K' = K(M', r')$ in $\mathbb{R}^2$, die sich orthogonal schneiden. Die beiden Schnittpunkte dieser Kreise seien mit A und B bezeichnet. Zeigen Sie, dass die Inversion an K den Mittelpunkt C von AB mit M' vertauscht.

(b) Sei $K = K(M, r)$ ein Kreis und G eine Gerade, mit $M \notin G$. Sei $P \in G$ ein Punkt, der nicht auf K liegt. Sei K' ein Kreis, der in P tangential an G ist und der K orthogonal schneidet. Sei schließlich $P' := S_{M,r}(P)$. Zeigen Sie, dass $P' \in K'$ und $P' \notin G$.

(3+3 Punkte)