$\boxed{\text{Aufgabe 23c}}$ Blatt 8 2010.06.14

Sei H_2 Ebene def. durch $F_2 \in H_2$ und $L := H \cap H_2$.

Sei $\mathcal{E} := C \cap H$ (nach Teil b) ist $\mathcal{E}$ eine Ellipse)

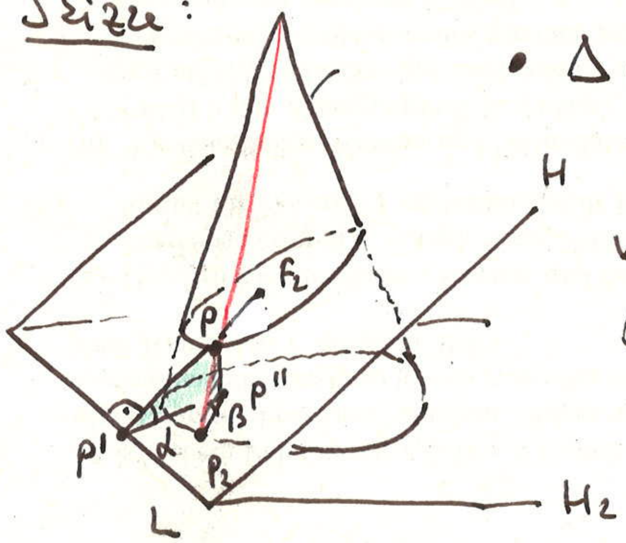
Zeige, dass (L, F_2) ein Brennpaar ist. (für $\mathcal{E}$):

Sei $P \in \mathcal{E}$. Zeige: $\dfrac{|PF_2|}{dist(P,L)} = \dfrac{|PF_2|}{|PP'|}$ unabh. von P,

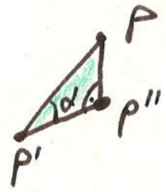
wobei P' der Endpunkt des Lotes von P auf L in der Ebene H ist. Sei P'' der Endpunkt des Lotes von P auf H_2.

Es gibt zwei rechtwinklige Dreiecke:

<u>Skizze:</u>



- $\Delta(P, P', P'')$



mit $\measuredangle(P'', P', P) = \alpha$ Schnittwinkel von H mit H_2, <u>unabh. von P</u>!
(Strecken $PP', P'P'' \perp L$)

- $\Delta(P, P'', P_2)$
mit $\measuredangle(P'', P_2, P) = \beta$
Steigungswinkel des Kegels
(ebenfalls unabh. von P)

Teil b): $|PF_2| = |PP_2|$ (1) als Tangentenabschnitt an Kugel

<u>Ferner</u> (rechtw. Dreiecke) $\dfrac{|PP''|}{|PP'|} = \sin\alpha$ (2) und $\dfrac{|PP''|}{|PP_2|} = \sin\beta$, (3)

also $\dfrac{|PF_2|}{|PP'|} \overset{(1)}{=} \dfrac{|PP_2|}{|PP'|} \overset{(2)}{=} \dfrac{|PP_2|\sin\alpha}{|PP''|} \overset{(3)}{=} \dfrac{|PP_2|\sin\alpha}{|PP_2|\sin\beta} = \dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta}$

unabh. von P. $\square$