

**Humboldt-Universität zu Berlin**  
**Institut für Mathematik**

Prof. Dr. Jochen Brüning  
Vorlesung Analysis II\*, SS 2008

## ÜBUNGSBLATT 2

Abgabe am 30.04.2008 vor der Vorlesung (bis 11.15 Uhr) Abgabe im Briefkasten neben dem Raum der Fachschaft (Rud25, Haus 3)

**Aufgabe 1.** Sei  $V$  ein  $\mathbb{R}$ -Vektorraum mit Skalarprodukt  $\langle \cdot, \cdot \rangle$ . Beweisen Sie mit Hilfe der Positivität des Skalarproduktes, dass für alle  $x, y \in V$  gilt:

$$|\langle x, y \rangle|^2 \leq \langle x, x \rangle \cdot \langle y, y \rangle.$$

(4 Punkte)

**Aufgabe 2.**

- (a) Bestimmen Sie Stammfunktionen der Funktionen  $\tan$ ,  $\cot$ ,  $\tanh$ ,  $\coth$  in geeigneten offenen Mengen von  $\mathbb{R}$ .
- (b) Bestimmen Sie Stammfunktionen der Funktionen  $\arctan$ ,  $\operatorname{arccot}$ ,  $\operatorname{artanh}$ ,  $\operatorname{arcoth}$  in geeigneten offenen Mengen von  $\mathbb{R}$ .

(8 Punkte)

**Aufgabe 3.** Zeigen Sie, dass für  $f \in C^{n+1}(I)$  die Funktion

$$h^{j+1}(1-t)^j f^{(j+1)}(x+th), \quad j = 0, 1, \dots, n, \quad [x, x+h] \subset I,$$

in  $[0, 1]$  eine Stammfunktion besitzt.

(2 Punkte)

**Aufgabe 4.** Berechnen Sie die folgenden Integrale mit der Methode der Integration durch Substitution.

(a)  $\int_{\sqrt{e}}^e \frac{1}{x \cdot \log(x)} dx$

(b)  $\int_0^1 3 \cdot \sin^3 x \cdot \cos x dx$

(c)  $\int_0^a e^x \cdot \log(e^x + 2) dx$

(d)  $\int_1^2 x \cdot \log(x^2) dx$

(e)  $\int_0^1 \sqrt{6-3x^2} dx$

((a) bis (d) je 1 Punkt, (e) 2 Punkte)