

ÜBUNGSBLATT 7

Abgabe am 10.06.2009 vor der Vorlesung (bis 11.10 Uhr)

Aufgabe 1. Beweisen Sie Satz 10.4 aus der Vorlesung.

(5 Punkte)

Aufgabe 2. Bestimmen Sie die Lösung der DGL $p'(t) = rp(t) - bp(t)^2$ mit der Anfangsbedingung $p(0) = p_0 \geq 0$ und skizzieren Sie die Trajektorien im erweiterten Phasenraum. Interpretieren Sie das Ergebnis.

(4+1+1 Punkte)

Aufgabe 3. Gegeben sei ein dynamisches System mit Phasenraum \mathbb{R} und einparametrischer Familie $(\phi_t)_{t \in \mathbb{R}}$ mit den Eigenschaften (1), (2) und (3) aus der Vorlesung. Das Vektorfeld X sei durch $\left. \frac{d}{dt} \right|_{t=0} \phi_t(x) =: X(x)$ definiert. Zeigen Sie, dass für alle t gilt: $\frac{d}{dt} \phi_t(x) = X(\phi_t(x))$.

(2 Punkte)

Aufgabe 4. Sei A eine symmetrische $m \times m$ -Matrix mit reellen Einträgen. Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\begin{aligned} c_{x_0}(0) &= x_0, \\ \frac{d}{dt} c_{x_0}(t) &= A c_{x_0}(t). \end{aligned}$$

[Hinweis: Nehmen Sie zuerst an, dass x_0 ein Eigenvektor von A ist.]

(3 Punkte)

Für weitere Hinweise zur Bearbeitung der Übungsblätter siehe
<http://www.math.hu-berlin.de/~geomanal/analysis4.html>