Humboldt-Universität zu Berlin
Bereich Stochastik
Prof. Dr. Peter Imkeller

Blatt 11
SS 2002

Übungen zur stochastischen Analysis

Aufgabe 39. Seien $f : [a,b] \to [0,\infty)$ stetig, $g : [a,b] \to [0,\infty)$ monoton wachsend. Es gebe $c \in \mathbb{R}$, so dass

$$f(t) \leq g(t) + c\int_a^t f(s)\,ds, \quad t \in [a,b].$$

Zeige:

$$f(t) \leq g(t)e^{c(t-a)}, \quad t \in [a,b]. \tag{4}$$

Aufgabe 40. Zeige, dass die stochastische Differentialgleichung

$$dX_t = 3X_t^{1/3}\,dt + 3X_t^{2/3}\,dB_t$$

überabzählbar viele Lösungen besitzt. Dazu betrachte zu $\vartheta \geq 0$ und $\beta_\vartheta := \inf\{s \geq \vartheta : B_s = 0\}$ den Prozeß $X_t^{(\vartheta)} = \mathbf{1}_{[\beta_\vartheta,\infty)}(t) \cdot W_t^3$ und zeige, dass dieser die Gleichung löst. (4)

Aufgabe 41. Löse die stochastische Differentialgleichung

$$dX_t = tX_t\,dt + e^{t^2/2}\,dB_t, \quad X_0 = 1. \tag{4}$$

Aufgabe 42. Löse die stochastische Differentialgleichung

$$dX_t = -2\frac{X_t}{1-t}\,dt + \sqrt{2t(1-t)}\,dB_t, \quad 0 \leq t < 1$$

zur Anfangsbedingung $X_0 = 0$. Zeige, dass die Lösung ein Gaußprozeß ist und bestimme seine Kovarianzfunktion. (4)

Abgabe: Dienstag, 02.07.2002