HUMBOLDT-UNIVERSITÄT ZU BERLIN
BEREICH STOCHASTIK
PROF. IMKELLER

Blatt 12
WiSe 00/01

Übungen zur Einführung in die Stochastik

Aufgabe 50. Seien μ, ν Wahrscheinlichkeitsmaße auf $(\mathbb{R}, \mathcal{B}^1)$ mit den Verteilungsfunktionen F bzw. G. Wir setzen $\int_A f(x)\ dF(x) := \int_A f(x)\ d\mu(x)$, sofern die rechte Seite definiert ist; für $a < b$ sei $\int_a^b := \int_{]a,b]}$.
Zeigen Sie, daß für $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$ die partielle Integrationsformel

$$F(b)G(b) - F(a)G(a) \ = \ \int_a^b F(x-)\ dG(x) + \int_a^b G(x)\ dF(x)$$

gilt (wobei $F(x-) = \lim_{y \to x,\ y < x} F(y)$). (Hinweis: Satz von Fubini) (4)

Aufgabe 51 Seien X, Y unabhängige Zufallsvariable; X besitze eine Dichte. Besitzt dann die Zufallsvariable $X + Y$ stets eine Dichte (auch wenn Y möglicherweise keine besitzt)? (4)

Aufgabe 52. Sei X ein Zufallsvariable deren Verteilungsfunktion die Cantorfunktion F aus Aufg. 42/43 ist.
Bestimmen Sie die Varianz von X. (4)

Aufgabe 53. Zeigen Sie, daß für jede nichtnegative Zufallsvariable X gilt:

$$\mathbb{E}(X) \ = \ \int_0^\infty \mathbb{P}(X > t)dt.$$

(4)

Abgabe: Dienstag, 30.01.00 vor der Übung