Humboldt-Universität zu Berlin
Bereich Stochastik

Prof. Dr. Peter Imkeller, Dr. Peter Bank
Dierk Peithmann, Jan Johannes

Blatt 3
WS 2002/03

Übungen zur Wahrscheinlichkeitsrechnung

Aufgabe 15. Zwei Würfel werden n mal geworfen. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eine Doppelsechs auftritt. Wie groß muss n sein, damit diese Wahrscheinlichkeit größer als $\frac{1}{2}$ ist?

Aufgabe 16. Aus einer Urne mit n roten und m blauen Kugeln werden solange Kugeln entnommen (ohne Zurücklegen), bis sich unter den entnommenen Kugeln eine vorgegebene Anzahl von $r \leq n$ roten Kugeln befindet. Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass insgesamt k Kugeln entnommen werden. (Hinweis: Es werden genau dann k Kugeln gezogen, wenn sich unter den ersten $k-1$ Kugeln $r-1$ rote befinden und die k-te Kugel rot ist.)

Aufgabe 17. Eine Befragung von 1000 Studenten in Berlin bezüglich ihrer Studienrichtung, ihres Geburtsortes und ihres Familienstandes lieferte folgende Angaben: unter den Befragten befanden sich 540 Lehramtsstudenten, 585 Berliner und 153 Verheiratete. Es gab 42 verheiratete Berliner, 86 verheiratete Lehramtsstudenten, 117 Berliner Lehramtsstudenten und 25 verheiratete Berliner Lehramtsstudenten.
Zeige, dass diese Angaben fehlerhaft sind.

Aufgabe 18. In einer Schachtel befinden sich 3 Münzen: eine faire, eine gezinkte, deren Wurf mit Wahrscheinlichkeit 0.75 "Kopf" ergibt, und eine gefälschte, die auf beiden Seiten "Kopf" zeigt. Es wird zufällig eine der drei Münzen gewählt und geworfen. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass die gefälschte Münze gewählt wurde, falls das Ergebnis "Kopf" ist.

Aufgabe 19. Ein bestimmtes Krebsdiagnoseverfahren liefert in 95 Prozent aller Fälle das richtige Ergebnis. Tatsächlich sind 0.4 Prozent der Bevölkerung krebskrank. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine getestete Person an Krebs erkrankt ist, unter der Bedingung, dass ihr Test dies ergab?

Aufgabe 20. Sei S eine nichtleere Menge. Eine *Partition* $\{S_1, \ldots, S_k\}$ von S (der Ordnung $k > 0$) ist eine Zerlegung $S = \cup_{i=1}^{k} S_i$ in paarweise disjunkte, nichtleere Teilmengen S_i von S.
Sei T_n, $n \geq 1$ die Anzahl der verschiedenen Partitionen von $\{1, 2, \ldots, n\}$. (Es ist also $T_1 = 1$, $T_2 = 2, \ldots$) Beweise:

$$T_{n+1} = 1 + \sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} T_k.$$

Abgabe: Mittwoch, 06.11.2002 (Für jede Aufgabe gibt es 4 Punkte.)