

Übungen zur Wahrscheinlichkeitsrechnung

Aufgabe 33. Aus einer Kiste mit 20 Glühbirnen, von denen 4 defekt sind, werden zufällig 3 Birnen entnommen. Bestimme die erwartete Anzahl defekter Glühbirnen in der entnommenen Stichprobe.

Aufgabe 34. Aus einer Kiste mit 5 blauen und 5 roten Kugeln werden zufällig zwei Kugeln entnommen. Falls diese von derselben Farbe sind, gewinnen Sie 1.10 EUR; andernfalls verlieren Sie 1.00 EUR.

- Wie hoch ist Ihr erwarteter Gewinn?
- Wie groß ist die Varianz des Gewinns?

Aufgabe 35. (St. Petersburg Paradoxon) Eine Münze wird geworfen, bis zum ersten Mal "Kopf" auftritt. Falls dies beim n -ten Wurf geschieht, gewinnen Sie 2^n EUR. Es bezeichne X Ihren Gewinn.

- Zeige: $E(X) = +\infty$.
- Würden Sie eine Million Euro zahlen, um dieses Spiel einmal spielen zu dürfen?
- Würden Sie dieses Spiel wiederholt spielen und jedes Mal eine Million Euro zahlen, wenn Sie unbegrenzten Kredit haben, so lange sie weiterspielen? (Es wird also erst dann abgerechnet, wenn Sie sich entschließen, nicht weiterzuspielen.)

Aufgabe 36. Sei X eine binomialverteilte Zufallsvariable mit Parametern n und p . Welches p maximiert $P(X = k)$, $k = 0, 1, \dots, n$?

Aufgabe 37. Sei N eine Zufallsvariable mit Werten in \mathbb{N}_0 . Beweise:

$$\sum_{i=0}^{\infty} iP(N > i) = \frac{1}{2}(E(N^2) - E(N)).$$

Aufgabe 38. Sei X eine binomialverteilte Zufallsvariable mit Parametern n und p . Zeige:

$$E\left(\frac{1}{X+1}\right) = \frac{1 - (1-p)^{n+1}}{(n+1)p}.$$

Abgabe: Mittwoch, 27.11.2002

(Für jede Aufgabe gibt es 4 Punkte.)