

Übungen zur Wahrscheinlichkeitsrechnung

Aufgabe 63. Sei X exponentialverteilt mit Parameter $\lambda > 0$. Bestimme die Dichte und die Verteilungsfunktion der Zufallsvariablen $Y := \log X$.

Aufgabe 64. Betrachte eine Folge unabhängiger Bernoulli-Versuche mit Trefferwahrscheinlichkeit p . Es sei X_1 die Anzahl der Fehlversuche bis zum ersten Treffer, und X_2 sei die Anzahl der Fehlversuche zwischen den ersten beiden Treffern. Bestimme die gemeinsame Massenfunktion von X_1 und X_2 .

Aufgabe 65. Die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichte der Zufallsvariablen X und Y sei gegeben durch

$$f(x, y) = \begin{cases} c(y^2 - x^2)e^{-y}, & -y \leq x \leq y, 0 < y < \infty, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

- Bestimme die Konstante c .
- Bestimme die Dichten von X und Y .
- Berechne $E(X)$.

Aufgabe 66. Es seien X und Y Zufallsvariablen mit gemeinsamer Dichte

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-(x+y)}, & x, y \geq 0, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Berechne

- $P(X < Y)$,
- $P(X < a)$ für $a \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 67. Sei X exponentialverteilt mit Mittelwert $1/\lambda$, $\lambda > 0$. Zeige: Für $k \in \mathbb{N}$ ist

$$E(X^k) = \frac{k!}{\lambda^k}.$$

Aufgabe 68. Sei X gleichverteilt auf $[0, 1]$. Bestimme die Dichte von $Y = e^X$.