

Marko Roczen und Helmut Wolter
unter Mitarbeit von
Wilfred Pohl, Dorin Popescu, Radu Laza

Aufgabensammlung¹

Lineare Algebra individuell

◁ zur Fundstelle

Aufgabe 2/2/020

(S: Varianten)

Lineare Gleichungssysteme über $\mathbb{F}_3$

Index: lineares Gleichungssystem, lineares Gleichungssystem in Stufenform, Zeilenstufenform, Stufenindizes

Stoffeinheiten: 2/1/3 - 2/1/6 Die Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems in Stufenform

Lösen Sie das folgende (bereits in Zeilenstufenform vorliegende) Gleichungssystem über $\mathbb{F}_3$, d.h. bestimmen Sie die Menge aller $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ aus $\mathbb{F}_3^5$, so dass die angegebenen Bedingungen erfüllt sind.

$$\begin{aligned} -x_2 + x_3 + x_4 + x_5 &= 0 \\ -x_3 + x_4 &= -1 \\ -x_4 + x_5 &= -1 \end{aligned}$$

Lösung. Wir setzen Parameter $t_1, t_2 \in \mathbb{F}_3$ für die beiden Unbestimmten ein, die an keiner Stufenposition vorkommen.

„Von unten“ beginnend ergibt sich durch schrittweise Substitution nun $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ in Abhängigkeit von den Zahlen t_i . Durch Umstellen erhalten wir die Lösungsmenge $\{(0, 0, -1, 1, 0) + t_1 \cdot (1, 0, 0, 0, 0) + t_2 \cdot (0, 0, 1, 1, 1) \mid t_1, t_2 \in \mathbb{F}_3\} \subseteq \mathbb{F}_3^5$.

¹ Ver. 0.51 (Juli 2004), Institut für Mathematik an der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät II der Humboldt-Universität zu Berlin, 2004 (Preprint; 2004-17), ISSN 1439-9679

Diese Aufgabensammlung entstand mit teilweiser Förderung durch das Bundesministerium für Bildung und Forschung unter dem Kennzeichen 01NM075D; die Verantwortung für den Inhalt liegt bei den Autoren.

Ähnliche Aufgaben finden Sie im gleichnamigen Internetprojekt [Lineare Algebra individuell](#); als registrierter Nutzer können Sie dort online Aufgaben erzeugen und Lehrstoff nach eigenem Wunsch zusammenstellen lassen.