Marko Roczen und Helmut Wolter unter Mitarbeit von Wilfred Pohl, Dorin Popescu, Radu Laza

Aufgabensammlung¹

Lineare Algebra individuell

Aufgabe 2/3/040

(S: Varianten)

Rangbestimmung, Beispiele mit einem Parameter

Index: Matrix, Rang einer Matrix, Stufenmatrix

Stoffeinheiten: 2/3/1 - 2/3/5 Der Rang einer Matrix

Bestimmen Sie den Rang der Matrix

$$A(t) = \begin{pmatrix} 1 & t & 1 & t & t \\ 0 & (t+3) & (2t+6) & (2t+6) & (t+3) \\ -1 & -t & 1 & -(t+1) & 0 \end{pmatrix}$$

aus M(3,5; \mathbb{R}) für beliebige Zahlen $t \in \mathbb{R}$.

Lösung. A(t) ist zeilenäquivalent zu

$$\begin{pmatrix} 1 & t & 1 & t & t \\ 0 & (t+3) & (2t+6) & (2t+6) & (t+3) \\ 0 & 0 & 2 & -1 & t \end{pmatrix},$$

daher folgt rang (A(t)) = 3 für $t \neq -3$. Anderenfalls ist rang(A(t)) = 2.

¹ Ver. 0.51 (Juli 2004), Institut für Mathematik an der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät II der Humboldt-Universität zu Berlin, 2004 (Preprint; 2004-17), ISSN 1439-9679
Diese Aufgabensammlung entstand mit teilweiser Förderung durch das Bundesministerium für Bildung und Forschung unter dem Kennzeichen 01NM075D; die Verantwortung für den Inhalt liegt bei den Autoren. Ähnliche Aufgaben finden Sie im gleichnamigen Internetprojekt Lineare Algebra individuell; als registrierter Nutzer können Sie dort online Aufgaben erzeugen und Lehrstoff nach eigenem Wunsch zusammenstellen lassen.