

Marko Roczen und Helmut Wolter
unter Mitarbeit von
Wilfred Pohl, Dorin Popescu, Radu Laza

Aufgabensammlung¹

Lineare Algebra individuell

◁ zur Fundstelle

Aufgabe 2/3/050

(S: Varianten)

Rangbestimmung, Beispiele mit zwei Parametern

Index: Matrix, Rang einer Matrix, Stufenmatrix

Stoffeinheiten: 2/3/1 - 2/3/5 Der Rang einer Matrix

Bestimmen Sie den Rang der folgenden Matrix in Abhängigkeit von den Parametern $s, t \in \mathbb{R}$.

$$A(s, t) = \begin{pmatrix} s & -(s+2t) & -(2s+t) \\ s & -5t & -(3s+t) \\ 2s & -(s+7t) & -(4s-2t) \end{pmatrix}.$$

Lösung. $A(s, t)$ ist zeilenäquivalent zur Matrix

$$\begin{pmatrix} s & -(s+2t) & -(2s+t) \\ 0 & (s-3t) & -s \\ 0 & 0 & (s+4t) \end{pmatrix}.$$

Daraus ergeben sich zunächst die folgenden Möglichkeiten.

$$s = t = 0: A = 0, \text{ rang}(A(s, t)) = 0,$$

$$s = 0, t \neq 0: \text{rang}(A(s, t)) = 2,$$

$$s = 3t \neq 0: \text{rang}(A(s, t)) = 2,$$

$$s = -4t \neq 0: \text{rang}(A(s, t)) = 2.$$

In allen anderen Fällen ist $\text{rang}(A(s, t)) = 3$.

¹ Ver. 0.51 (Juli 2004), Institut für Mathematik an der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät II der Humboldt-Universität zu Berlin, 2004 (Preprint; 2004-17), ISSN 1439-9679

Diese Aufgabensammlung entstand mit teilweiser Förderung durch das Bundesministerium für Bildung und Forschung unter dem Kennzeichen 01NM075D; die Verantwortung für den Inhalt liegt bei den Autoren.

Ähnliche Aufgaben finden Sie im gleichnamigen Internetprojekt [Lineare Algebra individuell](#); als registrierter Nutzer können Sie dort online Aufgaben erzeugen und Lehrstoff nach eigenem Wunsch zusammenstellen lassen.