Marko Roczen und Helmut Wolter
unter Mitarbeit von
Wilfred Pohl, Dorin Popescu, Radu Laza

Aufgabensammlung¹

Lineare Algebra individuell

◁ zur [Fundstelle](#)

Aufgabe 2/4/030

(S: Varianten)

Der größte gemeinsame Teiler in Abhängigkeit von Parametern

Index: größter gemeinsamer Teiler für Polynome, Division mit Rest, Kettendivision

Stoffeinheiten: [2/4/5](#) - [2/4/14](#) [Nullstellen und Faktorzerlegung](#)

Für welche Zahlen $t \in \mathbb{R}$ besitzen die Polynome

$$f = -3X^4 + (4t - 5)X^3 + (4t^2 + 2t + 1)X^2 - (8t - 3)X + (4t^2 - 3),$$

$$g = -3X^3 - (2t + 2)X^2 + 3X - (2t + 1)$$

aus dem Ring $\mathbb{R}[X]$ einen nichttrivialen gemeinsamen Teiler?

Lösung. Wir führen den euklidischen Algorithmus für f und g aus; als erste Reste ergeben sich

$$r_1 = X - 2 \quad \text{und} \quad r_2 = -(10t + 27).$$

$r_2(t) = 0$ ist hier (wegen $\deg_X(r_2(t)) \leq 0$) notwendig und hinreichend dafür, dass r_1 größter gemeinsamer Teiler der Polynome f und g ist, anderenfalls gilt $\text{ggT}(f, g) = 1$. Die Bedingung für die Existenz eines nichttrivialen gemeinsamen Teilers lautet daher $10t + 27 = 0$.

¹ Ver. 0.51 (Juli 2004), Institut für Mathematik an der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät II der Humboldt-Universität zu Berlin, 2004 (Preprint; 2004-17), ISSN 1439-9679

Diese Aufgabensammlung entstand mit teilweiser Förderung durch das Bundesministerium für Bildung und Forschung unter dem Kennzeichen 01NM075D; die Verantwortung für den Inhalt liegt bei den Autoren.

Ähnliche Aufgaben finden Sie im gleichnamigen Internetprojekt [Lineare Algebra individuell](#); als registrierter Nutzer können Sie dort online Aufgaben erzeugen und Lehrstoff nach eigenem Wunsch zusammenstellen lassen.