

Marko Roczen und Helmut Wolter
unter Mitarbeit von
Wilfred Pohl, Dorin Popescu, Radu Laza

Aufgabensammlung¹

Lineare Algebra individuell

◀ zur Fundstelle

Aufgabe 2/4/105

(S: Varianten)

Irrationalität von Quadratwurzeln

Index: rationale Zahl, Teilbarkeit, Hauptsatz der Arithmetik

Stoffeinheiten: 2/4/5 - 2/4/14 Nullstellen und Faktorzerlegung

Zeigen Sie: Die Zahl $83 \in \mathbb{N}$ besitzt keine rationale Wurzel.

Lösung. Wegen $81 < 83 < 100$ gilt $9 < \sqrt{83} < 10$, d.h. die Wurzel ist keine ganze Zahl. Angenommen, die Wurzel ist rational, so können Zähler und Nenner teilerfremd angenommen werden mit einem Nenner ungleich 1. Diese Eigenschaft bleibt für das Quadrat dieser Zahl erhalten, was aus der eindeutigen Zerlegung jeder ganzen Zahl in Primfaktoren folgt. Das ist ein Widerspruch, denn 83 ist ganz.

¹ Ver. 0.51 (Juli 2004), Institut für Mathematik an der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät II der Humboldt-Universität zu Berlin, 2004 (Preprint; 2004-17), ISSN 1439-9679

Diese Aufgabensammlung entstand mit teilweiser Förderung durch das Bundesministerium für Bildung und Forschung unter dem Kennzeichen 01NM075D; die Verantwortung für den Inhalt liegt bei den Autoren.

Ähnliche Aufgaben finden Sie im gleichnamigen Internetprojekt [Lineare Algebra individuell](#); als registrierter Nutzer können Sie dort online Aufgaben erzeugen und Lehrstoff nach eigenem Wunsch zusammenstellen lassen.