

Marko Roczen und Helmut Wolter  
unter Mitarbeit von  
Wilfred Pohl, Dorin Popescu, Radu Laza

## Aufgabensammlung<sup>1</sup>

### Lineare Algebra individuell

◁ zur [Fundstelle](#)

#### Aufgabe 3/3/031

(S: Varianten)

Lineare Codes, Fehlerkorrektur (2)

**Index:** Vektorraum, Code, fehlerkorrigierender Code, Gewicht eines Codewortes, Informationsrate eines Codes, lineare Unabhängigkeit

**Stoffeinheiten:** 3/3/1 - 3/3/4 [Lineare Unabhängigkeit](#)

$C$  sei der lineare Code im 8-dimensionalen Standardraum über  $\mathbb{F}_2$ , der als Lösungsmenge von  $A \cdot {}^t x = 0$  gegeben ist,

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (1) Berechnen Sie das minimale Gewicht von  $C$ .
- (2) Ist  $C$  ein 2-Fehler-korrigierender Code?
- (3) Welche Informationsrate hat  $C$ ?

**Lösung.** Die Spalten der Matrix  $A$  sind alle von der Nullspalte verschieden. Über dem Grundkörper  $\mathbb{F}_2$  bedeutet dies, dass ein Paar solcher Spalten genau dann linear abhängig ist, wenn beide übereinstimmen.

Wir bemerken, dass  $A$  keine zwei übereinstimmenden Spalten besitzt. Dann ist das minimale Gewicht von  $C$  größer 2 (vgl. 3/3/2, Beispiel 10). Es ist auch nicht schwer zu sehen, dass keine Spalte von  $A$  Summe zweier anderer Spalten ist. Darüber hinaus gibt es vier linear abhängige Spalten. Es folgt, dass das minimale Gewicht von  $C$  gleich 4 ist;  $C$  muss daher ein 1-Fehler-korrigierender Code sein.

Die Informationsrate von  $C$  ist  $\frac{1}{2}$ .

---

<sup>1</sup> Ver. 0.51 (Juli 2004), Institut für Mathematik an der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät II der Humboldt-Universität zu Berlin, 2004 (Preprint; 2004-17), ISSN 1439-9679  
Diese Aufgabensammlung entstand mit teilweiser Förderung durch das Bundesministerium für Bildung und Forschung unter dem Kennzeichen 01NM075D; die Verantwortung für den Inhalt liegt bei den Autoren.  
Ähnliche Aufgaben finden Sie im gleichnamigen Internetprojekt [Lineare Algebra individuell](#); als registrierter Nutzer können Sie dort online Aufgaben erzeugen und Lehrstoff nach eigenem Wunsch zusammenstellen lassen.